MECÁNICA ESTADÍSTICA CURSO 2017

Nombre:
N^o Alumno:

2do parcial

1. Considere un sistema en tres dimensiones de N moleculas que además de la traslación (no relativista) poseen grados de libertad de rotación. Los niveles de energía están dados por $\epsilon_j = j(j+1)h^2/2I$ donde I es el momento de inercia, $j = 0, 1, 2, ...$ y la degeneración de cada nivel es $g_j = 2j+1$.

   a) Considerenado el límite de bajas densidades $n\lambda^3 \ll 1$, escriba la función de partición completa del sistema: traslación Q_T más rotación Q_r.

   b) Calcule la Q_r en el límite $h^2/2Ik_B \ll T$.

   c) Calcule en este límite la energía interna U y el calor específico a volumen constante c_v (asociados a Q_r).

   d) Calcule Q_r, U y c_v en el límite de bajas temperaturas (asociados a Q_r).

2. Considere un sistema estadístico de bosones no-interactuantes no relativistas de masa m en 2D en contacto con un reservorio de partículas y un foco térmico.

   a) Calcule la densidad de estados, el número medio de partículas y presión del gas.

   b) Calcule la fugacidad en función de N/V y β. Determine los límites de z para $T \to 0$ y $T \to \infty$.

   c) Obtenga en el límite de altas temperaturas una expresón aproximada para la presión del gas. [Ayuda: use para desarrollar el valor toma z en el límite $T \to \infty$].

3. Considere un gas de electrones ultra-relativistas en tres dimensiones confinados en un volúmen V con relación de dispersión $\epsilon = c|\vec{p}|$.

   a) Halle la energía, temperatura y el módulo del momento de Fermi.

   b) Encuentre la relación entre la energía y la presión media del gas a $T = 0$.

   c) Usando el desarrollo de Sommerfeld para $f(\varepsilon)$ a bajas temperaturas obtenga N en función de μ. Proponga un desarrollo polinómico al mismo orden en T para $\mu(T)$ y obtenga los coeficientes de dicho polinomio.

Fórmulas y constantes útiles

Desarrollo de la distribución de Fermi válido a baja temperatura (debido a Sommerfeld, 1927): $f(\varepsilon) = \theta(\mu - \varepsilon) - \frac{\pi^2}{6}(kT)^2\delta'(\varepsilon - \mu) + ...$