Mecánica Cuántica II: Curso 2015

Parcial - Primera fecha - lunes 6 de julio de 2015

| | |
|---|---|
| Nombre: | Número de alumno: |
| Carrera: | Páginas entregadas: |
| email: | |

**Problema 1. Teoría de Perturbaciones dependientes del tiempo**
Considere un átomo de Hidrógeno en presencia de un campo eléctrico externo de la forma $\mathbf{E}(t) = E_0 \mathbf{u}_z \exp(-|t|/t_0)$, que a $t = -\infty$ se encuentra en su estado fundamental ($|n = 1, l = 0, m = 0\rangle$). a) Dentro de la teoría de perturbaciones a primer orden, a) b)

- calcule las probabilidades de ocupación a $t \to \infty$ para estados $|n'l'm'\rangle_d$ del espectro discreto, y $|k'l'm'\rangle_c$ del espectro continuo, en función de los elementos de matriz del operador dipolar $\vec{\mathbf{D}} = e\vec{\mathbf{r}}$.
- Muestre que a este orden, las transiciones a estados con $l' \neq 1$ o $m \neq 0$ están prohibidas.

**Problema 2. Dispersión** Calcule la sección eficaz diferencial de dispersión en la aproximación de Born, para una partícula que se mueve en un potencial de la forma $V(r) = \frac{U_0}{\pi^{3/2}} \exp(-r^2/a^2)$.

**Problema 3. Partículas idénticas** Considere dos partículas idénticas de espín 1/2 y masa $m$ en el interior de un pozo de potencial esférico de radio $R$ y profundidad $|U_0| \gg \frac{\hbar^2}{2mR^2}$, que interactúan entre sí por un potencial $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = a_0 \delta(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$. Encuentre la energía del nivel fundamental a primer orden en $a_0$ y los autoestados correspondientes, incluyendo la dependencia con el espín.

**Problema 4. Radiación / Mecánica cuántica relativista** a) Explique el concepto de ancho natural de línea. b) Considere una partícula de masa $m$ y carga $e$ en el interior de un pozo de potencial esférico de radio $R$ y profundidad $U_0 \gg \frac{\hbar^2}{2mR^2}$. Calcule - a primer orden en teoría de perturbaciones - el ancho de línea del estado de energía más baja con $l = 1$, debido al acoplamiento con el campo electromagnético cuantizado.

---

**Resultados útiles**

$j_0(r) = \frac{sin(r)}{r}$ $\quad j_{l+1}(r) = -r^l \frac{\partial}{\partial r}(r^{-l} j_l(r))$

$Y_{00}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ $\quad Y_{10}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos(\theta)$ $\quad Y_{1\pm1}(\theta, \phi) = \mp\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin(\theta) \exp(\pm \mathbf{i}\phi)$

$j_l(a_{n,l}) = 0$:

| n | $a_{n,0}/\pi$ | $a_{n,1}/\pi$ | $a_{n,2}/\pi$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1.43 | 1.83 |
| 3 | 2 | 2.45 | 2.89 |
| 2 | 3 | 3.47 | 2.92 |