

## Elementos de Astrofísica Teórica

### Parcialito 14-06-2016

1. Mostrar que el potencial de un sistema con simetría esférica puede escribirse como

$$\phi(r) = -4\pi G \left( \frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho(r') r' dr' \right) \quad (1)$$

Asumiendo un modelo estelar lineal  $\rho = \rho_c(1 - r/R)$ , derivar:

- (a) el potencial en todo el espacio
  - (b)  $m(r)$  y la distribución de la presión dentro del objeto ( $P = P(r, R, \rho_c)$ ).
2. (a) Encuentre la ecuación de estado de un gas de fermiones completamente degenerado ( $T = 0$ ) en el límite no-relativista. Recuerde que  $\epsilon(p) = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2$ ,  $v = \partial\epsilon/\partial p$ ,  $P = \frac{1}{3} \int_0^\infty n(p) p v dp$ ,  $n(p) = (g/h^3) 4\pi p^2 f(p) dp$ , con  $f(p) = \frac{1}{e^{\alpha + \epsilon(p)/kT} + a}$  y  $a = 0, 1, -1$  dependiendo de la estadística. Indique, además, si se trata de una ecuación politrópica. En caso de serlo, ¿qué índice politrópico le correspondería?. Justifique la respuesta.
- (b) Estime la presión que ejercen los iones en el caso de enanas blancas (con  $M \sim 1M_\odot$ ,  $R \sim 1R_\oplus$ ,  $T \sim 10^7 K$ ) asumiendo que sólo están compuestas de carbono. ¿Es posible sostener la estructura de la enana blanca con la presión que ejercen los iones? Justifique. (Ayuda: use la ecuación de equilibrio hidrostático para encontrar una estimación de la presión y luego compare ese valor con la presión que ejercen los iones). ¿Qué puede decirse de la presión que ejercen los electrones degenerados?.