

Elementos de Astrofísica Teórica

Primera Fecha 12-07-2016

1. (a) ¿Qué tipo de estructuras describe la ecuación de Lane-Emden?

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) + \theta^n = 0 \quad (1)$$

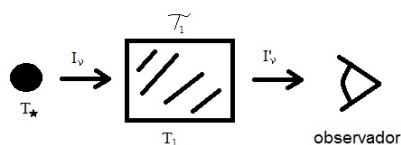
Explique a partir de qué ecuaciones se obtiene y cuál fue su utilidad.

- (b) Resuelva la ecuación para el caso $n=0$ bajo las condiciones de contorno $\theta(0) = 1$ y $\frac{d\theta}{d\xi} |_{0} = 0$. ¿Qué representa esta polítropa? ¿Cómo encontraría el radio y la masa total del objeto? (Recuerde que $r = \alpha\xi$, $\rho = \lambda\theta^n$).
2. (a) Encuentre la ecuación de estado de un gas de iones clásico no relativista. Recuerde que $\epsilon(p) = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2$, $v = \partial\epsilon/\partial p$, $P = \frac{1}{3} \int_0^\infty n(p) p v dp$, $n(p) = (g/h^3) 4\pi p^2 f(p) dp$, con $f(p) = \frac{1}{e^{\alpha + \epsilon(p)/kT + a}}$ y $a = 0, 1, -1$ dependiendo de la estadística.
- (b) Estime la presión que ejercen los iones en el caso de una estrella de secuencia principal como el sol (con $M \sim 1M_\odot$, $R \sim 1R_\odot$, $T \sim 10^7 K$) asumiendo que sólo están compuestas de H. ¿Es posible sostener la estructura con la presión que ejercen los iones? Justifique. (Ayuda: use la ecuación de equilibrio hidrostático para encontrar una estimación de la presión y luego compare ese valor con la presión que ejercen los iones).
3. La ecuación de transporte puede escribirse como $\frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu$.

- (a) Muestre que la solución formal puede escribirse como

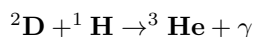
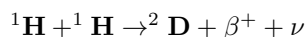
$$I_\nu(\tau) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} - \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-(\tau'_\nu - \tau_{nu})} d\tau'_\nu \quad (2)$$

- (b) Considere una estrella emitiendo como un cuerpo negro a temperatura T_\star que está localizada detrás de una nube de gas que se encuentra en equilibrio termodinámico a temperatura T_1 . Asuma que no existen procesos dispersivos en la nube y que ésta posee una profundidad óptica τ_1 como se muestra en la figura



Encuentre la intensidad específica de radiación en: (i) la superficie de la estrella y (ii) la posición del observador

4. Dadas las siguientes reacciones nucleares:



- (a) Explique qué significa cada uno de los términos de las reacciones y cómo es posible que se de la reacción nuclear entre partículas cargadas positivamente.
- (b) Encuentre la ecuación diferencial que expresa la variación temporal de la abundancia del deuterio (D).

- (c) Encuentre el valor de equilibrio $(\frac{D}{H})_{eq}$. Recuerde que la tasa de reacciones nucleares por unidad de volumen y tiempo (r_{jk}) entre partículas j y k puede calcularse mediante la expresión $r_{jk} = (1 + \delta_{jk})^{-1} N_j N_k \lambda_{jk}$ donde N_j y N_k son las abundancias de las especies j y k respectivamente y $\lambda_{jk} = \langle \sigma v \rangle_{jk}$.
- (d) ¿Qué significado físico tiene σ ? ¿Y cómo se calcula el promedio $\langle \sigma v \rangle_{jk}$?