

Análisis Numérico

Primer cuatrimestre 2015

Parcial, segunda fecha

1. **Resolución Numérica de ecuaciones no lineales.** El volumen V que ocupa un gas a temperatura T y presión p está determinado por la siguiente ecuación de estado.

$$[p + a(N/V)^2](V - Nb) = kNT \quad (1)$$

donde a y b son dos coeficientes que dependen del gas considerado, N es el número de moléculas contenidas en el volumen V y k es la constante de Boltzmann. Encontrar el volumen ocupado por 1000 moléculas de dióxido de carbono (CO_2) a temperatura $T = 300K$ y presión $p = 3.5 \times 10^7 Pa$ (Pa significa Pascales). Para el CO_2 los coeficientes son $a = 0.470 Pa m^6$, $b = 42.7 \times 10^{-6} m^3$. La constante de Boltzmann es $k = 1.3806503 \times 10^{-23} JK^{-1}$. Indique el método numérico y la precisión que utilizará.

2. **Autovalores y autovectores, sistemas de ecuaciones lineales.** Considere el sistema lineal $Ax = b$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

y b es un vector cualquiera de \mathbb{R}^3

- (a) Determinar si los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel convergen hacia la solución del sistema.
- (b) En base a lo anterior ¿Cuál de los dos métodos conviene usar? Justifique su respuesta.
- (c) Resuelva el sistema con el método escogido para $b=(1,1,1)$
3. **Diferenciación e integración numérica.** Sea f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.5 \\ e^x \sin x & \text{si } 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Tal función tiene una discontinuidad de salto finito en $x = 0.5$. Estimar

$$\int_0^1 f(x) dx \quad (4)$$

con error $\leq 0.5 \times 10^{-5}$. Justifique su procedimiento