

Matemáticas Especiales II 2016 - Parcial - Primera Fecha

1. (2 puntos) Encontrar la solución del sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 2e^{4t} & y_1(0) = 18/5 \\ y_2' = 2y_1 + y_2 + e^{4t} & y_2(0) = 7/5 \end{cases} \quad (1)$$

2. (a) (1 punto) Encontrar la solución general

$$(x-1)y'' - xy' + y = 0 \quad (2)$$

sabiendo que tiene una solución de la forma $\Phi(x) = e^{kx}$.

- (b) (1 punto) Resolver

$$(x-1)y'' - xy' + y = 3 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 2 \quad (3)$$

3. (2 puntos) Resolver utilizando transformadas de Laplace

$$y'' - 2y' + y = e^x \quad y'(0) = 0 \quad y(0) = 0 \quad (4)$$

Las transformadas de Laplace deben calcularse por definición. Enunciar las propiedades de la transformada de Laplace utilizadas. No hace falta demostrarlas. Explicar/justificar las antitransformadas que se utilicen.

4. (2 puntos) Resolver el problema siguiente usando desarrollos en series de potencias.

$$(x-2)y'' - (x-1)y' + y = 0 \quad y(1) = 0 \quad y'(1) = 1 \quad (5)$$

Encontrar la forma explícita de la solución y su dominio de convergencia.

5. (2 puntos) Encontrar dos soluciones alrededor del punto singular $x = 0$ que sean linealmente independientes.

$$xy'' - 3y' + xy = 0 \quad (6)$$

Escribir las ecuaciones por recurrencia que aparezcan en la forma más breve que puedan. No hace falta resolverlas