

Análisis Matemático I 2016 - Segundo Parcial - Tercera Fecha

1. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2(x) & \text{si } x \geq 0 \\ e^x + \frac{\pi}{2}x & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Hallar el valor de a para que f sea continua en todo \mathbb{R}
- (b) Con el valor hallado decidir, justificando, si f resulta derivable en $x = 0$

2. La ecuación

$$x^3 + y^5 + 4y - 7x = 4 \quad (2)$$

define a una función $y = f(x)$ derivable en todos los reales. Hallar

- (a) los puntos sobre la gráfica de f donde la recta tangente es horizontal y dar la ecuación de la recta tangente en esos puntos.
- (b) regiones de crecimiento y decrecimiento de f

3. Se desea imprimir un texto de 200cm^2 en una hoja rectangular. La hoja debe tener márgenes superior e inferior de 2cm y márgenes derecho e izquierdo de 1cm . ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la hoja para que ésta tenga la menor área posible? Aclaración: en los márgenes no se puede poner texto.

4. Considerar la función $\frac{e^{-x}}{x+1}$

- (a) Realizar un análisis de la función para responder a los siguientes ítems:
 - Dominio natural. Puntos de discontinuidad. Intersecciones con los ejes coordenados. Simetrías.
 - Puntos críticos. Regiones de crecimiento y decrecimiento.
 - Comportamiento de la función cuando $x \rightarrow +\infty$ y $x \rightarrow -\infty$.
 - Existencia de asíntotas verticales.
 - Regiones de convexidad. Puntos de inflexión.
 - Máximos y mínimos, locales y absolutos.
- (b) Realizar la gráfica de f tomando como referencia los resultados anteriores.