

Apellido:	A:	B:
-----------	----	----

Aclaración: Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. Salvo que se especifique lo contrario $\operatorname{Re} z = x$ y $\operatorname{Im} z = y$.

Ejercicio A. Dada la función

$$f(z) = f(x + iy) = \left| \frac{1}{2}y(y - a) \right| + i \sin(x)$$

- Describir el dominio de derivabilidad de f para los valores $a = 0, \frac{1}{2}$ y 3 . En cada caso, realizar un dibujo de dicho dominio.
- Para los valores de a especificados en el inciso anterior, ¿es el dominio de derivabilidad conexo? ¿es acotado? Indicar, si existen, ejemplos de: punto de acumulación, punto frontera y punto interior.
- ¿Cuál es el dominio de analiticidad de f ?

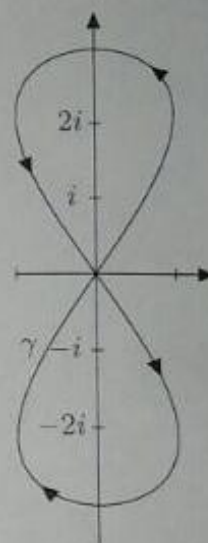
Ejercicio B1. Dada la función

$$f(z) = \frac{\sin(z)}{(z - i)(z - 2i)^3},$$

calcular

$$\int_{\gamma} f(z) dz,$$

donde $\gamma(t) = \sin(2t) + i3 \sin(t)$, $t \in [0, 2\pi]$, es la curva de la figura.



Ejercicio B2. Sea

$$f(z) = \frac{1}{\sin(\sin(z))}$$

- Hallar todos los ceros de $\sin(\sin(z))$. ¿Cuál es el orden de $z_0 = 0$?
- ¿Qué tipo de singularidad presenta f en z_0 ? Calcular

$$\int_{\gamma} f(z) dz, \quad \gamma(t) = e^{-it}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

Ejercicio B3.

- ¿A qué función $f(z)$ corresponde el desarrollo de Laurent $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!z^{n-1}}$? ¿qué tipo de singularidad presenta f en $z_0 = 0$? Calcular

$$\int_{\gamma} z^8 f(z) dz,$$

donde γ es la circunferencia de radio unitario, centrada en z_0 y orientada positivamente.

- Hallar el desarrollo de Taylor de la función

$$f(z) = \frac{\sinh(2\pi z)}{z}$$

alrededor de $z_0 = i$. Indicar el dominio de convergencia de dicho desarrollo.