

## MECÁNICA CELESTE I

Segundo Parcial - Primera fecha. 2016

1. Se tiene un sistema de  $N$  cuerpos masivos. Decir en qué casos se verifica (y porqué) y qué forma adopta el Teorema del Virial
  - (a) El sistema es estacionario
  - (b) Las posiciones de las partículas no permanecen acotadas para todo tiempo.
  - (c) Las posiciones y velocidades de las partículas permanecen acotadas para todo tiempo.
2. Considerar el sistema aislado Tierra-Luna-asteroide en el marco del *problema restringido de los tres cuerpos*. En un cierto instante un pequeño asteroide se encuentra entre la Tierra y la Luna a 76000 km de la Luna y con velocidad nula respecto al sistema rotante.
  - (a) Calcular la Constante de Jacobi para el asteroide
  - (b) Graficar la curva de velocidad cero para el asteroide e indicar la ubicación del mismo y del punto de Lagrange  $L_1$
  - (c) ¿El asteroide está dentro o fuera de la superficie de Hill de la Luna?  
Datos:  $a_{Luna}=380000$  km.  $\mu_{Luna} = M_L/(M_L + M_T) = 0.01$
3. Considere pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de libración  $L_4$  y  $L_5$  para los Troyanos de Saturno. Calcule los períodos de libración de estos objetos. Datos:  $\mu_{Saturno} = 0.00029$ ,  $a_{Saturno} = 9.5UA$ .
4. Una partícula se mueve en el campo central  $\mathbf{F}(r) = \frac{\mu}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$  bajo la acción de una fuerza perturbadora por unidad de masa dada por

$$\mathbf{F}_p = T \frac{\mathbf{V}}{V} \quad (1)$$

Con  $T = -cV$  Las ecuaciones para la variación de los elementos orbitales son

$$\frac{da}{dt} = 2Va^2 \frac{T}{\mu} \quad (2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = 2 \sin 2\nu \frac{T}{eV} \quad (3)$$

$$\frac{de}{dt} = 2(\cos \nu + e) \frac{T}{V} \quad (4)$$

- (a) Mediante el cambio de variables  $dt = n^{-1}(1 - e \cos E)dE$  escribir las ecuaciones tomando la anomalía excéntrica como variable independiente.
- (b) Calcular cuánto varían los elementos orbitales durante un período.