DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS. FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS. U.N.L.P.

MATEMÁTICAS ESPECIALES II - 2013

SEGUNDO PARCIAL - FECHA 1 - 11/07/13

El parcial se aprueba con 6 o más puntos. Errores de cuenta también restan puntaje.

1. (2p) Hallar la solución general de la ecuación
$$(1+t^2)\,y'' + 2t\,y' - 2\,y = 0$$
en términos de una serie de potencias alrededor de $t = 0$. Identificar la serie solución con funciones elementales. Ayuda: $\arctan(x) = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + \cdots$.

2. (2.5p) Considerar la EDO:
$$x^2\,y'' + x(1-x)\,y' - 2\,y = 0$$
   a) Demostrar que 0 es un punto singular regular. Encontrar las raíces indiciales.

   b) Encontrar la fórmula de recurrencia para los coeficientes de *las* soluciones en serie alrededor de $x = 0$ (de dos soluciones linealmente independientes) y determinar los primeros 4 términos de cada serie.

3. (2p) Calcular la serie de Fourier en $[-\pi, \pi]$ de la función:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2B}, & |x| < B \\ 0, & B \le |x| \le \pi \end{cases}$$
donde $B < \pi$.

4. (3.5p)

   a) Encontrar los autovalores y las autofunciones del problema:
$$u''(x) + u'(x) + \lambda\, u(x) = 0,\ \ 0 < x < \pi; \qquad u(0) = u(\pi) = 0.$$
   b) Escribir la relación de ortogonabilidad que hay entre las autofunciones del probema.

   c) Si en lugar de las condiciones de contorno dadas anteriormente se consideran las siguientes:
$$u(0) + e^{\pi} u(\pi) = 0, \quad u'(0) + u'(\pi) = 0.$$
   ¿Es el problema resultante un problema autoadjunto?