

Estadística Aplicada

Parcial 1C13 – Primera Fecha

- Una caja tiene 4 tubos malos y 7 buenos. Los tubos se verifican sacando de a un tubo al azar repitiendo el proceso hasta encontrar los 4 tubos malos.
 - ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un tercer tubo malo en la cuarta prueba?
 - ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el cuarto tubo malo en la sexta prueba?

- La variable aleatoria continua bidimensional (x,y) tiene una función de densidad de probabilidad conjunta dada por:

$$f_{xy}(x,y) = \begin{cases} C \left(x + \frac{y}{2}\right) & \text{para } -1 \leq x \leq 1 \quad x \leq y \leq 1 - x^2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- Calcule la constante de normalización C de la distribución $f(x,y)$.
 - Obtenga la distribución marginal de x .
 - Calcule el valor esperado de x para e igual a 0.2.
 - Realice un gráfico del dominio de $f_{xy}(x,y)$ indicando dónde la función vale cero.
- Cuatro laboratorios han realizado mediciones independientes de la masa del protón obteniendo la tabla que se muestra a continuación (la unidad es 10^{-27} kg):

Lab 1	Lab 2	Lab 3	Lab 4
1.21	2.1	1.28	1.60
1.85	2.73	2.11	1.68
1.77	2.28	1.90	1.69
1.68	2.46	1.65	1.88
1.21	2.77		2.05
2.07	2.94		

- Calcule un valor representativo para cada laboratorio y estime la desviación estándar de cada valor.
 - Realice un test estadístico para analizar si los valores obtenidos en a) presentan diferencias significativas. Justifique la respuesta.
 - Calcule el valor representativo (y la desviación estándar) para el conjunto de lab. que no mostraron diferencias significativas en b).
- La tabla siguiente muestra las mediciones de la magnitud del campo magnético (M) tomadas por la sonda RBSP-A en función de la distancia al centro de la tierra (r). La desviación estándar para M depende de la distancia según: $\frac{0.25 \times 10^4}{r} nTRe$, (r medido en radios terrestres – R_e). Las observaciones son no correlacionadas y el error en r es despreciable. Las mediciones de M están sesgadas por una constante de calibración (la determinación es a menos de una constante). Del electromagnetismo clásico se sabe que la magnitud del campo magnético es proporcional a r^{-3} .

r [Re]	M [10^4 nT]
1.2	2.141
1.9	0.787
2.6	0.224
4.8	0.150
6.2	0.148

- a) Mediante mínimos cuadrados estime los parámetros que relacionan M y r (constante de proporcionalidad y constante de calibración)
- b) Estime la matriz de varianza-covarianza de los parámetros.
- c) Realice un test de Chi-cuadrado (con nivel de significancia del 5%) para analizar la calidad del ajuste.
- d) Estime el valor de M y su desviación estándar para una distancia de 5.5 Re.

Nota: cuidado con las unidades de los parámetros que se estiman.