Computación - Primer Semestre 2010

Parcial, 29 de junio de 2010

Importante: Crear un directorio de trabajo cuyo nombre sea *Nombre-Apellido*. Una vez finalizado el parcial ese directorio sólo debe contener los archivos fuente, y si pidieron los scripts de gnuplot y los gráficos postscript. Todos los archivos deben contener en su nombre el apellido del autor.

Ejercicio 1:
Escribir un programa tal que para una dada base de $\mathbb{R}^3$ ingresada por el usuario calcule la correspondiente base ortonormal usando el *método Gram-Schmidt*. Compruebe la ortogonalidad de la base original y la de la hallada.
Seguir los siguientes lineamientos:

- El producto interno (en este caso el producto escalar) debe implementarse en un subprograma *FUNCTION* para dos vectores genéricos de $\mathbb{R}^3$.
- El *método Gram-Schmidt* debe implementarse en una subrutina para una base de $\mathbb{R}^3$ arbitraria.
- La comprobación de que una base arbitraria de $\mathbb{R}^3$ es ortogonal debe realizarse usando un subprograma *FUNCTION*, arrojando el resultado Si o No según corresponda.
- Testear el programa usando la siguiente base de $\mathbb{R}^3$: $\{v_1$=(1,0,0), v_2=(1,1,0), v_3=(1,1,1)$\}$.

Método Gram-Schmidt: Sean $\{v_1=(v_{1x},v_{1y},v_{1z});\ v_2=(v_{2x},v_{2y},v_{2z});\ v_3=(v_{3x},v_{3y},v_{3z})\}$ una base del espacio euclidiano $\mathbb{R}^3$. El proceso de ortogonalización de *Gram-Schmidt* transforma una base $\{v_i\}$ en una base ortonormal $\{u_i\}$ a partir de:

$$u_1 = \frac{v_1}{\langle v_1, v_1\rangle}$$

$$u_2 = \frac{w_2}{\langle w_2, w_2\rangle} \qquad w_2 = v_2 - \langle v_2, u_1\rangle u_1$$

$$u_3 = \frac{w_3}{\langle w_3, w_3\rangle} \qquad w_3 = v_3 - \langle v_3, u_1\rangle u_1 - \langle v_3, u_2\rangle u_2$$

Donde $\langle s,t\rangle$ denota el producto interno $\langle s,t\rangle = \sqrt{s_x t_x + s_y t_y + s_z t_z}$.
El conjunto $\{u_i\}$ de vectores de $\mathbb{R}^3$ es ortogonal si $\langle u_i, u_j\rangle = 0$ si $i \neq j$ y $\langle u_i, u_j\rangle \neq 0$ si $i = j$.
Recordar $\langle u_i, u_j\rangle = \langle u_j, u_i\rangle$.

Ejercicio 2: En el archivo *CC.dat* hay datos de la masa, radio polar, radio ecuatorial y período de distintos cuerpos celestes (CC). Dados estos datos, es posible calcular las velocidades de escape polar y ecuatorial respectivamente, mediante las fórmulas:

$$V_p = \sqrt{\frac{2Gm}{R_p}} \qquad \text{y} \qquad V_e = \sqrt{\frac{2Gm}{R_e}} - \frac{2\pi R_e}{T}$$

donde m es la masa del CC, $G = 6{,}6742 \times 10^{-11}\ m^3 s^{-2} kg^{-1}$ la constante gravitacional, R_p es el radio polar del CC, R_e es el radio ecuatorial del CC y T es el período de rotación sobre el eje del CC.
Escribir un programa para calcular V_p y V_e siguiendo los siguientes lineamientos:

- El archivo de datos debe ser leido desde una subrutina y su nombre ingresado por el usuario.
- Un dato nulo en el archivo simboliza la falta del dato de ese CC y en ese caso no deben realizarse los correspondientes cálculos.
- Los datos numéricos deben leerse como una matriz. El primer índice corresponde al CC y el segundo al tipo de dato.
- La constante gravitacional debe ser dada por un *PARAMETER*.
- V_p debe calcularse con una *función de sentencia*, y V_e con un subprograma *FUNCTION*.
- Imprimir los resultados por pantalla en una tabla donde aparezcan el CC y sus velocidades de escape expresadas en *km/s*. Además deben indicarse los CC de mayor y menor V_e, los cuales deben ser determinados por una subrutina.
- Ojo con las unidades!!!