Mecánica Celeste I
2000 - Segundo Parcial
Primera Fecha

1) Un cuerpo orbita en un órbita Kepleriana alrededor de una estrella central. Esta estrella se encuentra rodeada de un disco gaseoso por lo que la órbita del cuerpo es perturbada por una fuerza de drag de la forma:

$$T = -c \; \frac{V}{r^2}.$$

Si la variación de los elementos orbitales puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{da}{dt} = 2 \; V \; a^2 \; \frac{T}{\mu} \qquad (1)$$

$$\frac{de}{dt} = 2 \; (cos(\nu) + e) \; \frac{T}{V}. \qquad (2)$$

i) Mediante el cambio de variables:

$$dt = \frac{r^2}{h} d\nu,$$

expresar las ecuaciones anteriores en funcion de la anomlía verdadera ν.
ii) Estimar *a primer orden* en cuántos períodos orbitales se circularizará la órbita del cuerpo desde un valor de $e = e_0$.
iii)Cúanto variará –también a primer orden– su eje semi mayor en ese laspo?.

2) En el marco del problema restringido de los tres cuerpos,
a) Plantear las ecuaciones de movimiento *variacionales* alrededor del puntos de equilibrio triangulares. b) Hallar el polinomio caracterísitico correspondiente a la solución de las ecuaciones planteadas en el punto a) y discutir la condición de estabilidad.
c) Calcular las frecuencias de libración correspondientes.
d) Calcular los períodos de libración de un cuerpo ubicado cerca de los puntos triangulares del Sistema Jípiter-Io. Datos:
$m_{Jup} = 1.9 \; 10^{27}$ kg
$m_{Io} = 8.39 \; 10^{22}$ kg
Período de la órbita planetocéntrica de Io = 1.8 días
Eje semi-major de la órbita planetocéntrica de Io = 422,000 km

3)

a) En el marco del problema restringido de los tres cuerpos, discutir brevemente (y graficar cualitativamente) las formas de las curvas de velocidad cero (supeficies de Hill) en el plano xy, regiones prohibidas y de movimiento para distintas para distintos valores de la constante C de Jacobi.

b) A partir de que valor desaparecen las superficies de Hill del plano xy. Justifique.

c) Un cuerpo alcanza la superficie de Hill correspondiente a un valor C_0. ‘?Cuál es su velocidad en ese instante y el valor de su constante de Jacobi para todo tiempo?. Describir su trayectoria inmediatamente después.

d) Un cuerpo se mueve alrededor del punto de equilibrio L4. ‘?Cual es el máximo valor de su constante de Jacobi para que su trayectoria no encierre también a L5?. Exprese su respuesta en función de los valores de las constantes de Hill de los puntos de equilibrio.

4) Se tiene un sistema de N cuerpos masivos. Decir en que casos se verifica (y porqué) y qué forma adopta el Teorema del Virial.
a) El sistema es estacionario.
b) Las posiciones de las partículas no permanecen acotadas para todo tiempo t.
c) Las posiciones y velocidades de las partículas permanecen acotadas para todo tiempo t.