

MECÁNICA CELESTE I

Primer parcial - Segunda fecha

1) A partir de las relaciones entre las anomalías excéntrica y verdadera:

$$x = r \cos \nu = a (\cos E - e).$$

$$y = r \sin \nu = a \sqrt{1 - e^2} \sin E.$$

a) Demostrar las relaciones:

$$r = a (1 - e \cos E), \quad (1)$$

$$\sin \nu = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{1 - e \cos E}. \quad (2)$$

b) Dada una curva en forma paramétrica $(r(t), \nu(t))$, el área subtendida por ella entre dos instantes t_1 y t_2 , está dada por:

$$S_{12} = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} r^2(t) \left(\frac{d\nu}{dt} \right) dt \quad (3)$$

A partir de esta ecuación y de las relaciones anteriores obtener el área bajo la curva en función de la anomalía excéntrica.

c) A partir de la expresión del área bajo la curva en función de la anomalía excéntrica (obtenida en el ej.b), de la segunda y de la tercera ley de Kepler, obtener la ecuación de Kepler.

2) a) ¿ En qué puntos de la órbita coinciden los valores de las anomalías media, verdadera y excéntrica, cuánto valen ? ¿ Qué valores toman en los extremos del semieje menor?

b) Un planeta se mueve en torno al Sol en una órbita elíptica de semieje mayor a y excentricidad e . Hallar cuanto tiempo tarda en recorrer la parte de la órbita comprendida entre los extremos del semieje menor del lado del afelio. Expresar este intervalo en términos de a y e .

3) Un asteroide describe una órbita elíptica de semi-eje mayor a y excentricidad e . Al pasar por el perihelio recibe un pequeño incremento instantáneo en su velocidad Δv , paralelo a su movimiento orbital. Calcular a primer orden, el cambio en:

a) El semieje mayor.

b) La posición del afelio.

c) La energía.

4) Describir los pasos necesarios, incluyendo las rotaciones pertinentes, para obtener las coordenadas eclípticas de un cuerpo en órbita heliocéntrica a partir de sus elementos orbitales $(a, e, i, \Omega, \omega, M)$. ¿Qué modificaciones deben hacerse a las coordenadas anteriores si se desean coordenadas ecuatoriales o geocéntricas?. Escribir en ambos casos todas las ecuaciones necesarias.