Final Analisis Matematico II

28 de Marzo de 2014

1. De una función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que tiene derivadas parciales continuas en todo punto y que $\forall t \in \mathbb{R}$ se cumple:

$$f(t, e^t) = \sin(t) + 1 \quad f(t, 1-t) = t^3 - 3t + \cos(t) \tag{1}$$

   Calcular $\nabla f(0,1)$. Justificar con detalles la respuesta, indicando que resultados de la teoría son utilizados.

2. *a*) Hallar el volumen del cuerpo K encerrado superiormente por la superficie S de la ecuación $x^2 + y^2 - z = 0$, inferiormente por el plano tangente a S en el punto $(0, -2, 4)$ y lateralmente por la superficie de la ecuación $x^2 + (y-2)^2 = 1$.

   b) En la parte *a*) se dió por supuesto que el plano está por debajo de S. Justificar analíticamente que (excepto en el punto de tangencia) el plano está debajo de S.

3. Verificar la validez del teorema de Stokes para el campo $\vec{F}(x, y, z) = y^2$ y el trozo de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ que está en el primer octante y cuyo borde, regular a trozos en recorrido del siguiente modo:

   a) Desde $(1, 0, 0)$ hasta $(0, 1, 0)$ un cuarto de circunferencia sobre el plano xy

   b) Desde $(0, 1, 0)$ hasta $(0, 0, 1)$ un cuarto de circunferencia sobre el plano xy

   c) Desde $(0, 0, 1)$ hasta $(1, 0, 0)$ un cuarto de circunferencia sobre el plano xy