Desaprob.

MATEMATICAS ESPECIALES I

Examen Parcial. Segunda Fecha. 6 de agosto de 2015

...ellido, Nombre(s) [illegible] Nro alumno [illegible]

1. Dado $A = \{z / \ |z - 8i| \geq 4, \ \ Im(z) \geq 3\}$

(a) Hallar la imagen de A por $w = \frac{12i}{z}$. Graficar A y su imagen.

(b) ¿ Son A y su imagen regiones acotadas ? ¿ son regiones simplemente conexas ?

(c) Hallar la temperatura $T(x, y)$ en cada punto (x, y) del interior del conjunto A, sabiendo que $T(x, y)$ verifica la ecuación de Laplace y $T(x, y) = 2$ sobre la frontera recta de A y $T(x, y) = -10$ sobre la frontera no recta de A. ¿Cómo sabe que la función que propuso verifica la ecuación diferencial dada ?

2. (a) Hallar el dominio de definición y derivabilidad de $f(z) = \frac{y^3}{z^2 - 1} - ixy^2$

(b) Hallar el dominio de analiticidad de $g(z) = \frac{z}{2e^{zi} ch(iz) + 1}$. Si C_1 y C_2 son dos curvas suaves del plano z que se cortan en $z = 0$ y C_1^* y C_2^* son sus imágenes por $w = g(z)$, se puede asegurar que el ángulo entre C_1 y C_2 es igual al ángulo entre C_1^* y C_2^* ?

3. (a) Hallar la región de analiticidad de $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 5 z^{2n+2}}{(2i)^n (n+i)}$

(b) Sea la función $h(z) = \frac{1}{z^2(z+2)}$

i. Hallar las distintas coronas centradas en $z_0 = i$ donde la función puede desarrollarse en serie (de Laurent o de Taylor). Hallar el desarrollo en serie de Taylor alrededor de ese punto.

ii. Hallar el desarrollo de Laurent centrado en z_0 que sea convergente en $3 + i$.

iii. De acuerdo al desarrollo en serie del segundo item, ¿ puede concluir que z_0 es una singularidad esencial ?

4. (a) Sea $\int_C \frac{2z + 6}{z^2 + 4} dz$ donde la curva (recorrida en sentido antihorario) es $C : |z - i| = 2$. Calcularla

i. usando Teorema de los Residuos

ii. usando Fórmula integral de Cauchy

(b) Calcular $\int_0^{2\pi} \frac{1}{(2 + \cos\theta)^2} d\theta$

...e todas las respuestas