

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas - UNLP
Curso de Nivelación de Verano 2013 - Actividad de Diagnóstico

| | |
|--------------------|----------|
| Apellido y Nombre: | |
| Comisión: | Carrera: |

La presente actividad que te proponemos tiene la finalidad de que vos y nosotros conozcamos aquellas fortalezas y debilidades con las que llegás a esta instancia en relación a los saberes mínimos que necesitarás para cursar las materias del primer año de la carrera que elegiste. Nos parece sumamente importante que la realices. Te solicitamos que todos los cálculos, comentarios y resoluciones estén escritos en las hojas que entregues. Si alguna actividad no la puedes realizar, marca con un color la parte del enunciado que te genera la dificultad.

1. Esta actividad tiene como objetivo rastrear el manejo de la operatoria y propiedades sobre números reales.

Resuelve las siguientes operaciones sin calculadora aplicando las propiedades que consideres necesarias:

$$a) \frac{2^{3^2}}{(2^3)^2} : \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^6} + \sqrt{(0,8-1)(-4)} =$$

$$b) -1 : \left(3^{-2} - 0,25 + \frac{5}{6}\right) + \frac{\sqrt{15} \cdot (21)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{35}} =$$

2. Esta actividad tiene como objetivo detectar el manejo sobre interpretación de enunciados y conocimientos relacionados al trabajo con ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

En una evaluación de opciones múltiples las respuestas correctas suman 0,5 y las incorrectas restan 0,25. Martín asegura que habiendo respondido solo 15 preguntas fue calificado con 7, es esto posible? (Nota: las no respondidas no suman ni restan)

3. Esta actividad tiene como objetivo rastrear el manejo de la operatoria y propiedades con expresiones Polinómicas y Algebraicas, y la destreza en el uso de las reglas de factorización.

Determina la/s posible/s soluciones para las siguientes ecuaciones:

$$a) 3x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 2x$$

$$b) \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{-3}{x - 1} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$$

4. Esta actividad tiene como objetivo detectar el manejo sobre interpretación de enunciados y conocimientos relacionados al trabajo en trigonometría.

Desde un acantilado se ve un barco. El ángulo que forman la visual y la vertical es de 37° . Cuando el barco se aleja 200 m más desde el acantilado, se ve con un ángulo de 52° . ¿Cuál es la altura del acantilado y a qué distancia se encontraba el barco del acantilado originalmente?

5. Esta actividad tiene como objetivo rastrear el manejo de la operatoria y propiedades con expresiones logarítmicas.

Sabiendo que $\log A = 2$; $\log B = 3$ y $\log C = 4$, Calcula los siguientes logaritmos.

$$a) x = \log(A^2 \cdot C)$$

$$b) x = \log\left(\frac{A}{B}\right)$$

6. Esta actividad tiene como objetivo rastrear nociones de vector y la operatoria sobre estos elementos operaciones.

a. Completa el siguiente cuadro

| Vector | Componentes | Origen | Extremo | Módulo |
|--------|----------------------------|----------|-------------|--------|
| a | $\langle -2; 3 \rangle$ | $[1; 5]$ | | |
| b | $\langle 1/2; 5/4 \rangle$ | | $(-1; 7/4)$ | |

b. Teniendo en cuenta los vectores del cuadro anterior, determina en forma gráfica y analítica el vector resultante: $c = -a + 4.b$

7. Esta actividad tiene como objetivo rastrear nociones referidas a algunas Funciones.

Los gráficos de las funciones $p(x) = \frac{1}{2}x + b$ y $q(x) = ax^2 - x$ se intersecan en el punto $A = (2; -1)$.

- ¿Qué tipo de funciones son $p(x)$ y $q(x)$?
- ¿Cuáles son los valores de a y b ?
- Indica el dominio y la imagen de $p(x)$ y $q(x)$.
- ¿Los gráficos de $p(x)$ y $q(x)$ se intersecan en algún otro punto?
- Grafica ambas funciones en un mismo sistema.

Apellido y Nombre: del Palacio, Santiago

1. a. Resuelve la siguiente operación combinada aplicando propiedades sin utilizar calculadora.

$$\frac{-5^{2^3}}{5^{2^2}} \cdot \sqrt[3]{(-5)^6} - \frac{\sqrt{0.7+1}}{.7^{0.3} + .7^{0.6}} + \frac{5^2 - 7^2}{5-7} \cdot |-2|^{-1} =$$

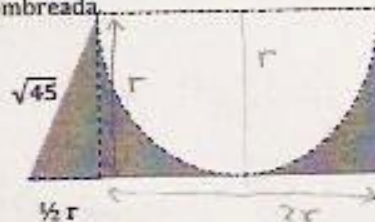
b. Indica si las siguientes igualdades son correctas o no justificando mediante las propiedades de los logaritmos

i. $\log_c(\sqrt[3]{c} \cdot c^5) = \frac{1}{3} + 5$ ✓

ii. $\log_5 15 - \log_5 10 = \log_5 5 = 1$ ✓

iii. $\log_a b^{1/3} \cdot \log_b a^3 = \log_b b = \log_c c = 1$ ✓

c. En la siguiente figura se observa un trapecio recto y un semicírculo de radio r. Determina el área de la zona sombreada.



2. Factoriza y resuelve la operación indicando el intervalo de validez:

a. $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+2x+1} + \frac{2}{x^2-x^2+x-1} =$

b. $\frac{c^2-4c+4}{c^2-4} \cdot \frac{6c^2}{2c^2+4c} - \frac{c^3-3c^2+3c-1}{3c^2-3c^2} =$

3. Dada la relación $r(x) = \{(x,y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{R}, y = \frac{x-3}{x^2-9}\}$, responde justificando tus respuestas:

a. i. ¿En qué dominio es r(x) una función? ✓

ii. ¿Cuál sería su imagen? ✓

b. Siendo $t(x) = \{(x,y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{R}, y = \frac{1}{x+1}\}$, ¿es $t(x)=r(x)$? ✓

4. a. La diferencia entre dos números de dos cifras es 45. Si las cifras son las mismas pero en distinto orden, y la suma entre ellas es 9, ¿cuáles son los números? ✓

b. ¿Para qué valores de k la ecuación $x^2 - (k-3)x + k = 0$ tiene raíces iguales? ¿Cuáles son esas raíces?

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|----|-----|---|---|---|---|----|---|--|
| | - 1 | | | | 2 | | 3 | | 4 | |
| a | b | | | c | a | b | a | | b | |
| | i | ii | iii | | | | i | ii | b | |
| | | | | | | | | | | |

$$\oplus x_{1,2} = \frac{(k-3)}{2} \rightarrow \begin{cases} k_1 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = 3 \\ k_2 = 1 \Rightarrow x_{3,4} = -1 \end{cases}$$

$$1) a. \frac{-5^8}{5^9} \cdot \sqrt[3]{(-5)^6} - \frac{\sqrt{0,7+1}}{7^0+7^0} + \frac{5^2-7^2}{5-7} |-2|^{-1} =$$

C.A

$$0,7 = n$$

$$10n = 7,7$$

$$10n - n = 7$$

$$n = 7/9$$

$$= \frac{-5^8}{5^9} \cdot (-5)^2 - \frac{\sqrt{7/9+1}}{7^0+7^0} + \frac{5^2-7^2}{5-7} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{5} \cdot 5^2 - \frac{\sqrt{16/9+4/9}}{1+7} + 12 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= -5 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} + 6 = 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

$$b. i. \log_c (\sqrt[3]{c^7} \cdot c^5) = \log_c (\sqrt[3]{c^7}) + \log_c (c^5) \\ = \frac{1}{3} + 5 \therefore \boxed{V}$$

$$ii. \log_5 15 - \log_5 10 = \log_5 \left(\frac{15}{10} \right) = \log_5 \left(\frac{3}{2} \right) \neq 1 \quad \boxed{F}$$

$$iii. \log_a b^{4/3} \cdot \log_b a^3 = \frac{1}{3} \frac{\log b}{\log a} \cdot 3 \frac{\log a}{\log b} = 1 \quad \boxed{V}$$

$$c. A_s = A_\Delta + A_T - A_c$$

$$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \text{buscamos "r" por Pitágoras: } \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + r^2 = 45 \Rightarrow r=6$$

$$A_\Delta = \frac{\left(\frac{1}{2}r\right) \cdot r}{2} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{2} = \frac{36}{4} = 9$$

$$\frac{1}{4}r^2 = 9 \cdot 4$$

$$A_T = r \cdot (2r) = 2r^2 = 72$$

$$A_c = \frac{1}{2} (\pi r^2) = 18\pi \therefore A_s = 9 + 72 - 18\pi = 81 - 18\pi = \boxed{9(9 - 2\pi)}$$

$$2. a. \frac{1}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{+2}{x^2(x-1)+x-1} =$$

$$= \frac{(x+1) + (x-1)}{(x+1)^2(x-1)} + \frac{+2}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{2x(x^2+1) + 2(x+1)^2}{(x+1)^2(x-1)(x^2+1)} = \frac{2x^3 + 2x + 2x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x-1)(x^2+1)} = \frac{2[x^3 + x^2 + 3x + 1]}{(x+1)^2(x-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{2(x^3 + x^2 + 3x + 1)}{(x+1)^2(x-1)(x^2+1)} \quad \left(\begin{array}{l} x \neq +1, -1 \\ x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\} \end{array} \right)$$

$$b. \frac{(c-2)^2}{(c+2)(c-2)} \cdot \frac{2c(c+2)}{6c^2} - \frac{(c-1)^2}{3c^2(c-1)} \rightarrow c \neq 1$$

$$\begin{aligned} c \neq 2 \\ c \neq -2 &= \frac{c-2}{\cancel{c-2}} \cdot \frac{\cancel{2c}}{3c} - \frac{(c-1)^2}{3c^2} \\ &= \frac{c(c-2) - (c-1)^2}{3c^2} = \frac{c^2 - 2c - c^2 + 2c - 1}{3c^2} = \frac{-1}{3c^2} \quad c \neq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore c \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}$$

$$\begin{aligned} 3) a. r(x) &= \left\{ (x; y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{R}, y = \frac{x-3}{x^2-9} \right\} \\ &= \left\{ (x; y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{R}, y = \frac{1}{x+3}, x \neq 3 \right\} \end{aligned}$$

$r(x)$ es función en $D = \mathbb{N} - \{3\}$

$$\text{Im}(r) = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{x+3}, x \in \mathbb{N} - \{3\} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \dots \right\}$$

b. $t(x) \neq r(x)$ porque tienen \neq dominio ($t(x)$ está def. en $x=3$)

4. a. Sean x e y las cifras de los números buscados:

$$\begin{cases} (10x + y) - (10y + x) = 45 & (1) \\ x + y = 9 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \cdot x \cdot y \\ \cdot y \cdot x \end{array}$$

$$\text{De (1): } 9x - 9y = 45 \Rightarrow 9(x - y) = 45 \Rightarrow x - y = 5 \quad (3)$$

$$(2) + (3): 2x = 14 \Rightarrow x = 7$$

$$(2) - (3): 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

\therefore los números son 72 y 27

$$b. \Delta = (k-3)^2 - 4k = k^2 - 6k + 9 - 4k = k^2 - 10k + 9 = 0 \quad \text{para que los valores coincidan}$$

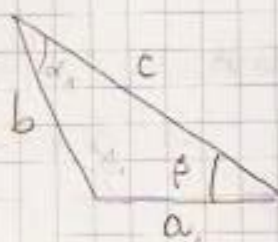
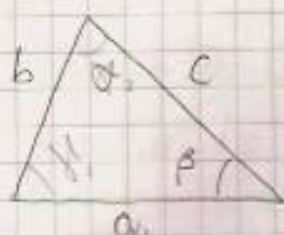
$$\rightarrow k_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$\begin{cases} k_1 = 9 \\ k_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = 3 \\ x_{3,4} = -1 \end{cases}$$

hijos del camino

húseres

1) a.



$b = 15 \text{ cm}$
 $c = 25 \text{ cm}$
 $\beta = 27^\circ$

Por Teorema del Coseno:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$\Rightarrow a^2 - (2c \cdot \cos \beta) \cdot a + (c^2 - b^2) = 0 \rightarrow \text{es una ecuación cuadrática para "a"}$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{2c \cdot \cos \beta \pm \sqrt{(2c \cdot \cos \beta)^2 - 4(c^2 - b^2)}}{2}$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{40,99 \pm \sqrt{463,88}}{2} \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 9,73 \text{ cm} \\ a_2 = 31,26 \text{ cm} \end{cases}$$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\gamma_1 = 135,52^\circ$
 $\gamma_2 = 81,54^\circ$

$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha_{1,2}}{a_{1,2}} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 17,77^\circ \\ \alpha_2 = 71,6^\circ \end{cases}$

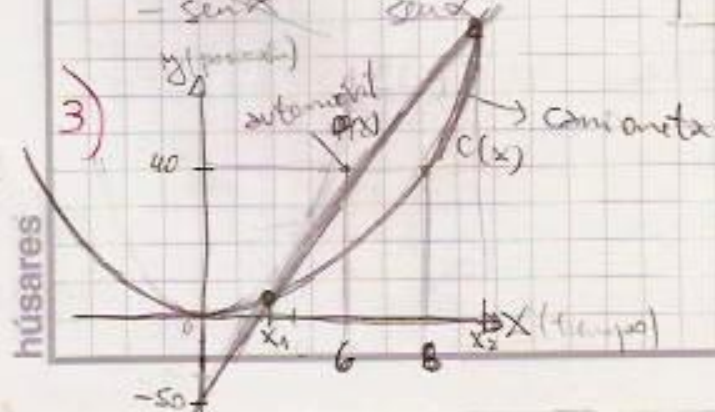
b. No, no es único. Hay dos soluciones posibles (que son las halladas en el inciso anterior).

$$2) \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin(2\pi - \alpha)} \cdot \frac{1}{\tan(\pi + \alpha)} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \cdot \frac{\arccos(-1)}{\sin(6\pi + \alpha)} =$$

$$= \frac{[\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)]^2}{\sin(-\alpha)} \cdot \frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{\cancel{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha}{\cancel{2\pi}} \cdot \frac{\pi}{\cancel{\sin \alpha}} =$$

$$= \frac{[\cos(\frac{\pi}{2})]^2 \cos(-\alpha) - \cancel{\sin(\frac{\pi}{2})} \sin(-\alpha)}{-\sin \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha =$$

$$= \frac{\cancel{\sin \alpha}}{-\cancel{\sin \alpha}} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cancel{\sin \alpha}} + \cos \alpha = \cos \alpha \left(-1 + \frac{1}{\cancel{\sin \alpha}} \right) = \boxed{0}$$



$c(x) = \frac{5}{8} x^2$
 $\phi(x) = mx + b$

$P_1 = (0, -50), P_2 = (6, 40)$

a. Una función cuadrática.

$$b. m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{40 - (-50)}{6 - 0} = \frac{90}{6} = 15$$

$$a(x) = 15 \cdot x + b$$

Como $P_1 \in$ gráfica de $a \Rightarrow a(x_1) = y_1$

$$\Rightarrow a(0) = -50$$

$$\Rightarrow m \cdot 0 + b = -50$$

$$\Rightarrow b = -50$$

$$\therefore a(x) = 15 \cdot x - 50$$

c. Para que se encuentren: $a(x) = c(x)$

$$\Rightarrow 15x - 50 = \frac{5}{8}x^2 \Rightarrow \frac{5}{8}x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot \frac{5}{8} \cdot 50}}{2 \cdot \frac{5}{8}} = \frac{15 \pm 10}{5/4} \Rightarrow x_1 = \frac{25}{5} \cdot 4 = 20$$
$$x_2 = \frac{5}{5} \cdot 4 = 4$$

El auto alcanza la camioneta cuando $x=4$, en la posición:

$$a(4) = 15 \cdot 4 - 50 = 10$$

d. La camioneta lo alcanza en $x=20$, en la posición:

$$a(20) = 15 \cdot 20 - 50 = 250$$

4

• los únicos 2 parábolas son $H(x)$ y $I(x) \rightarrow$
* busco las raíces de $H(x) =$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} \begin{cases} \frac{4 + \sqrt{12}}{2} = x_1 \\ \frac{4 - \sqrt{12}}{2} = x_2 \end{cases}$$

* busco las raíces de $I(x) \Rightarrow I(x) = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2} \begin{cases} x_1 = -0,267 \\ x_2 = -3,73 \end{cases}$$

\therefore $H(x)$ se corresponde con el gráfico (a)
 $I(x)$ se corresponde con el gráfico (c)

• los 2 rectos son $F(x)$ y $G(x)$

ambos tienen ordenada al origen 3, pero
veamos la raíz \rightarrow

$$f(x) = 0 \rightarrow -2x + 3 = 0$$

$$\boxed{x = \frac{3}{2}}$$

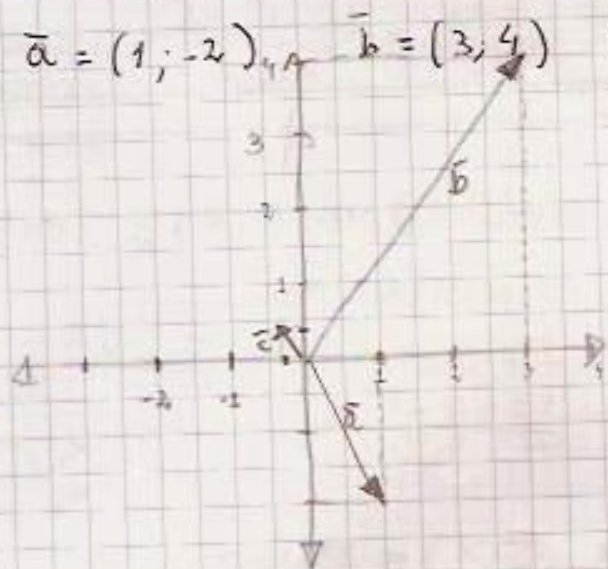
$$g(x) = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x + 3 = 0$$

$$\boxed{x = 6}$$

\therefore $f(x)$ se corresponde con el gráfico (b)

$g(x)$ se corresponde con el gráfico (d)

5 a) $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, 4)$, $\vec{c} = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$



b) $(|\vec{b}| \cdot \vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} =$

$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$5 \cdot \vec{a} = 5 \cdot (1, -2) = (5, -10)$$

$$\rightarrow (|\vec{b}| \cdot \vec{a} + \vec{b}) = (5, -10) + (3, 4) = (8, -6)$$

luego $(|\vec{b}| \cdot \vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = (8, -6) \cdot (-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}) = -\frac{8}{4} + (-\frac{6}{3}) =$
 $-2 - 2 = -4$

6) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vectores en \mathbb{R}^3 , indicar ~~si son~~ líneas válidas =

a) $\vec{a} - (\vec{b} \times \vec{c})$, es válida pues el producto vectorial da un vector y luego luego resta entre vectores.

b) $|\vec{a} + \vec{b}| \cdot \vec{c}$
 es válida porque $|\vec{a} + \vec{b}|$ es un escalar y luego luego un escalar por un vector.

Comisión: 1 Apellido y Nombre: del Palacio Santiago

1. Resuelve la siguiente operación combinada sin calculadora y aplicando propiedades:

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt{(5^6)^{1/2}}}}{\sqrt{(2^{-3})^{-4} - (-(-(-15)))^0}} : \frac{\sqrt{(-5)^2}}{(5^2 - 4^2)^{1/2}} - \frac{3\sqrt{20}}{10} =$$

2. Desarrolla aplicando propiedades:

$$\log \left[\frac{(5c)^4 \cdot \sqrt[3]{a}}{c/25} \right]^{-2} =$$

3. Dada la relación $H(x) : R \rightarrow R/H(x) = \frac{x^3 - x}{x}$

- ¿En qué dominio la relación es función?
- Dentro del dominio indicado en a. ¿La función es biyectiva?
- ¿Es par?

4. Factoriza y resuelve la operación indicando el conjunto de validez.

$$\frac{7c+2}{c^2-4} + \frac{c^3-3c^2+3c-1}{c^2-c} : \frac{c^3+2c^2-c-2}{c^2+c} =$$

5. Plantea y resuelve el siguiente problema:

"Si sumo tres números naturales el resultado es 124, si lo hago con los dos primeros obtengo el triple del tercero. La diferencia entre los dos primeros es de tres unidades, ¿de qué números estamos hablando?"

6. Halla, de ser posible, el o los valores de la incógnita que satisfagan la ecuación:

$$\sqrt{x+8} = x+2$$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | | | 4 | 5 | 6 |
| | | a | b | c | | | |
| | | | | | | | |

