Algebra I (ciencias) **TEMA 1** **1°Parcial, Fecha flotante. 25 de febrero de 2015**

Apellido y Nombre: [redacted]

Carrera: [redacted]

Nro de alumno: [redacted]

En todos los ejercicios las respuestas deben estar debidamente justificadas

A

Lógica, conjuntos, relaciones y funciones.

1. Considere la siguiente proposición:

(a) $(\exists x)(\forall y)(p(x,y))$, siendo $U = \mathbb{R}$ y $p(x,y)$: " $x \leq y$".

i. Escriba la proposición en lenguaje corriente.

ii. Indique su valor de verdad justificando claramente lo que afirma.

(b)Dada la siguiente proposición: "Hay funciones que son inyectivas y no suryectivas"

i. Simbolizarla, indicando el universo y esquemas proposicionales.

ii. Negar la simbolización anterior.

2.a) Demostrar que la siguiente relación R, definida en el conjunto $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ es de orden, siendo $R = \{(a,b) \in AxA: a \ divide \ a \ b\}$.

b) Hacer el diagrama de Hasse e indicar maximales y minimales, primer y último elemento, si existen, justificando lo que afirma.

3. Sean A y B conjuntos y sea U el conjunto universal sobre el que se toman complementos.

Probar que: $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.

II) Naturales y *combinatoria*

1, Demostrar por inducción que: $para\ todo\ n,\ n \geq 1,\ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{n}{2n+1}$

Hallar el valor de la siguiente suma: $\sum_{i=20}^{49} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)}$

2 Con los dígitos del 1 al 9 ¿Cuántos números de 5 cifras distintas pueden formarse?

¿Cuántos de ellos comienzan con 2 ?

3. Hallar el término de grado 30 en x en el desarrollo de: $(3x^2 - 4x^{-3})^{50}$.

Algebra I (ciencias)

2°Parcial, Fecha flotante. 25 de febrero de 2015

Apellido y Nombre: [redacted]

Carrera: [redacted]

Nro de alumno: [redacted]

En todos los ejercicios las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1 Números enteros. Congruencias.

1. Hallar $(28^{30} + 28^{31}, 49^{40} + 7^{80})$
2. Hallar el resto de la división por *8* de $7^{701} - 1$.
3. Calcular la cantidad de divisores positivos de 15^3.

2. Números Complejos.

1. Resolver llevando a la forma trigonométrica $\frac{(-1+\sqrt{3}\,i)^6}{(1-i)^4}$. Expresar el complejo solución con su argumento principal.

2. Representar en el plano complejo el siguiente conjunto:

$A=\{z \in \mathbb{C}: 3 \leq |z-(1+2i)| < 4 \wedge Re(z) - 2Im(z) = 3\}$

3. Determinar todos los números complejos *z* tales que $z^4 = \frac{2+5i}{6+15i}$.

A

3. Polinomios

1. Hallar $a \in \mathbb{R}$, tal que $p(x) = x^4 + ax^2 + 3$ *sea divisible por* $x^2 + 1$. Con el valor de *a* hallado, factorizar el polinomio $p(x)$ como producto de polinomios irreducibles de $\mathbb{R}[x]$ *y de* $\mathbb{C}[x]$.

2. Sean $p(x) \in \mathbb{C}[x]$ y $a \in \mathbb{C}$.

Demostrar que: Si *a* es raíz de $p(x)$ de multiplicidad *m*, *(m≥ 2)* entonces *a* es raíz de multiplicidad *m-1* del polinomio $p'(x)$ (derivado de $p(x)$).

3. *a)* Hallar el polinomio *p(x)*, con coeficientes reales y grado mínimo que verifique: *3+2i* es raíz doble, *x-5* es un factor de *p(x)*. Además también se sabe que *p(0)=0* y *p(2)=6*.

b) El polinomio $q(x) = x^3 - 6x^2 + 13x$ divide a *p(x)?*

Algebra I (ciencias)

3°Parcial, Fecha Fotante, 25 de febrero de 2015

Apellido y Nombre: [redacted]

Carrera: [redacted]

N° de alumno: [redacted]

En todos los ejercicios las respuestas deben estar debidamente justificadas.

A

1. Matrices, Sistemas y Determinantes.

1) Calcular la matriz X si $BAX=I$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 5y + z + 2w = 1 \\ y + 8w = 3 \\ 3x - 14y + 3z + 14w = k \end{cases}$$

a) Realizar operaciones elementales y determinar el rango de la matriz de los coeficientes y el de la ampliada, para los distintos valores de k.
b) Justificar usando el teorema de Rouche Frobenius qué tipo de solución tiene el sistema, para los distintos valores de k.
c) Para algún valor de k, para el cual el sistema sea compatible, dar la solución.

3) Una matriz invertible se dice ortogonal si $A^{-1} = A^t$. Probar, que el determinante de una matriz ortogonal es 1 o -1.

2) Espacios vectoriales.

1) Sea T el subespacio del espacio vectorial $\mathbb{R}^{2x2}$ sobre $\mathbb{R}$, definido como

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a,b,c,d \in \mathbb{R}, a + 2d = 0 \wedge b = -3c \right\}.$$ Hallar base y dimensión.

2) Probar que el conjunto $S = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] : p(3) = 0\}$ es un subespacio del $\mathbb{R}$_ espacio vectorial $\mathbb{R}[x]$.

3) Analizar si el conjunto $H = \{(1,0,-1); (1,2,1); (0,-3,\ 2)\}$ es una base del $\mathbb{R}$_ espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.