

① a) Determinar una función diferenciable

$y = f(x)$ tal que:

$$f'(x) = (f(x))^2 \quad \text{y además, } f(0) = -\frac{1}{2}.$$

b) Estudiar la continuidad de

$$f(x) = \frac{e^{\operatorname{sen} x}}{4 - \sqrt{x^2 - 9}}$$

② a) Dada $g(x) = (x^4 + \frac{1}{x})e^{-x}$.

¿Existe un valor mínimo de $g(x)$ en $(0, +\infty)$?

b) Dada la recta $x + 2y = 8$ y un punto A de coord. (x_0, y_0) sobre ella en el 1.º cuadrante, ¿debe estar A para que el rectángulo con base sobre el eje x , un lado sobre eje y y un vértice en A , tenga área máxima?

③ a) Determinar el término n -ésimo de:

$$\frac{2}{3!} - \frac{2^2}{5!} + \frac{2^3}{7!} - \frac{2^4}{9!} + \dots$$

y decir si la serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

b) Usar Taylor para mostrar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

④ Hallar el área del triángulo con vértices en $(0, 0)$; $(2, 6)$ y $(7, 1)$.