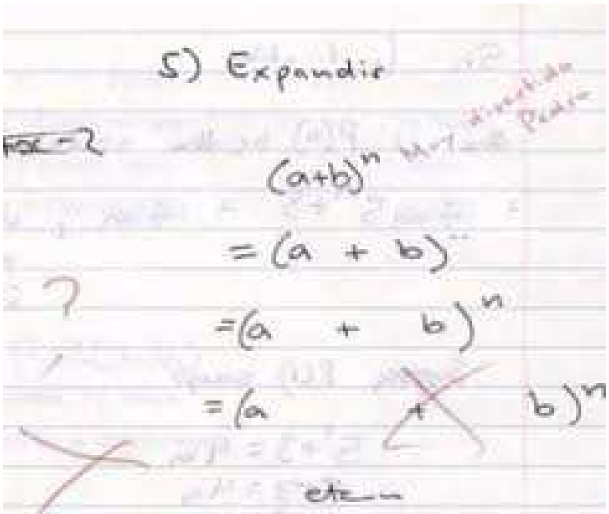
CURSO DE NIVELACIÓN

Lectura complementaria

Ejemplos simples de resolución de ecuaciones



Facultad de Ciencias
Astronómicas
y Geofísicas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Ejemplos simples de resolución de ecuaciones

Las ecuaciones que analizaremos aquí son aquellas en las cuales la incógnita es el argumento de una raíz o cuando es base de una potencia. En ambos casos, durante la resolución de la ecuación, nos vamos a encontrar con la situación de índice y exponente iguales.

Supongamos que queremos despejar el valor de x en los siguientes casos.

Índice y exponente impar:

- **Ejemplo 1:** La incógnita es el argumento de una raíz de índice impar.

  $$\sqrt[3]{x} = 8$$

  Elevamos al cubo en ambos miembros

  $$\begin{aligned} \left(\sqrt[3]{x}\right)^3 &= 8^3 \\ x^{\frac{3}{3}} &= 8^3 \\ x &= 8^3 = 512 \end{aligned}$$

- **Ejemplo 2:** La incógnita es base de una potencia impar.

  $$x^3 = 8$$

  Aplicamos raíz cúbica en ambos miembros

  $$\begin{aligned} \sqrt[3]{x^3} &= \sqrt[3]{8} \\ x^{\frac{3}{3}} &= \sqrt[3]{8} \\ x &= \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

Índice y exponente par:

- **Ejemplo 3:** La incógnita es el argumento de una raíz de índice par.

$$\sqrt[4]{x} = 2$$

Elevamos a la cuarta en ambos miembros

$$\left(\sqrt[4]{x}\right)^4 = 2^4$$

En este caso, para que la ecuación tenga solución, x debe ser mayor o igual que cero, entonces

$$\begin{array}{rcl} x^{\frac{4}{4}} & = & 2^4 \\ x & = & 2^4 = 16 \end{array}$$

- **Ejemplo 4:** La incógnita es base de una potencia par.

$$x^4 = 16$$

Aplicamos raíz cuarta en ambos miembros

$$\begin{array}{rcl} \sqrt[4]{x^4} & = & \sqrt[4]{16} \\ |x| & = & \sqrt[4]{16} = 2 \end{array}$$

Por definición de módulo tendremos que

$$\begin{array}{l} \text{si}\, x \geq 0,\ |x| = x \Longrightarrow x = 2 \\ \text{si}\, x < 0,\ |x| = -x \Longrightarrow -x = 2 \Longrightarrow x = -2 \end{array}$$

Así encontramos que la ecuación tiene dos soluciones, $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$.

Esta situación en general suele escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{array}{rcl} \sqrt[4]{x^4} & = & \sqrt[4]{16} \\ x & = & \pm\sqrt[4]{16} = \pm 2 \\ \therefore x_1 = 2 & \text{y} & x_2 = -2 \end{array}$$

Es importante notar que el $\pm$ aparece por "culpa" de la potencia par y no por la raíz. Es decir que, si tomamos $n \in \mathbb{N}$

$$x^{2n} = y$$

podemos resolver de dos maneras

$$x = \pm \sqrt[2n]{y} \quad \text{ó} \quad |x| = \sqrt[2n]{y}$$