

Algebra I (ciencias)

4/10/2014. 2do parcial 1º fecha.

Apellido y Nombre: Colledioni, Florencia

Carrera:

Nro de alumno:

### Números enteros. Congruencias

- 1 Sean  $a$  y  $b$  números enteros primos entre sí (coprimos). Sea  $n$ , otro número entero. Probar que:  
Si  $a \mid n$  y  $b \mid n$  entonces  $a \cdot b \mid n$ .
- 2 El resto de la división de un número entero por 7 es 2. Si se lo divide por 3, su resto es 1.  
¿Cuál es el resto si se lo divide por 21?
- 3 Calcular el resto de dividir el número  $34^{17.771} - 6^{10.001}$  por 35.

### Números complejos

1. Probar que si  $Z_1$  y  $Z_2$  son números complejos que verifican  $\text{Arg}(Z_1) = \text{Arg}(Z_2)$  y  $Z_2 \neq 0$ , entonces  $\frac{Z_1}{Z_2}$  es un número real.
2. Hallar todos los complejos  $Z$  que cumplen  $(4 + 4i) \cdot Z^3 + (1 - i) \cdot (-4 - 6i) = 2 - 2i$
3. Representar en plano complejo los siguientes conjuntos:  $A = \{Z \in \mathbb{C} : 4 \leq |z - 1 + 3i| \leq 5\}$ ,  
 $B = \{Z \in \mathbb{C} : \text{Re}(Z) - \frac{1}{2}i^{124}\text{Im}(Z) = 0 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(Z) < \frac{3\pi}{2}\}$  y  $A \cap B$ .

### Polinomios:

1. Factorizar el siguiente polinomio en  $\mathbb{C}[x]$  y dar sus raíces con su respectiva multiplicidad:  
 $p(x) = (x^2 - 1)^{36} - 5(x^2 - 1)^{35}$
2. Sean  $p(x) \in \mathbb{C}[x]$  y  $q(x) \in \mathbb{C}[x]$  polinomios no nulos, tales que  $p(x) \mid q(x)$  y  $q(x) \mid p(x)$ .  
Demostrar que existe  $a \in \mathbb{C}$  tal que  $p(x) = aq(x)$
3. a) Determinar si existe  $m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , tal que el polinomio  $x^3 - 2x^2 - mx + m$  de  $\mathbb{R}[x]$ , tenga resto  $-4$  al dividirlo por el polinomio  $x - 5$ .  
b) Determinar si existen, todos los polinomios  $p(x) \in \mathbb{R}[x]$  tales que  $(p(x))^3 + x^2 = x^2 p(x) + 1$ .

$$x^3 - 2x^2 - \frac{29}{2}x - \frac{29}{2}$$

$$5^3 - 1 \quad 5^2 - \frac{29}{2} \quad 5 - \frac{29}{2}$$

$$125 - 50 - \frac{29 \cdot 5}{2} - \frac{29}{2}$$

$$75 - \frac{29}{2} = 4 + \frac{131}{2}$$