

ALGEBRA(Ciencias)

Segundo Parcial- 10 de Noviembre de 2014

Apellido y Nombre: *Colla de Qui, Florencia*
Carrera: *Astronomía*
Número de Alumno: *6498/9.*

1. Números enteros y congruencias

1. Hallar el resto de la división de $5(7)^{2451} + 3(65)^{2345} - 23 \cdot (8)^{138}$ por 13.
2. Probar que si $(a, b) = 1$ entonces $(7a - 3b, 2a - b) = 1$
3. Decir si existen enteros a y b no nulos tales que $a^2 = 8b^2$.

2. Números complejos

1. Sea $z \in \mathbb{C}$. Probar:

a) $(z + \bar{z})^2 = (2\text{Re}(z))^2$.

b) $z - \bar{z} = 2\text{Im}(z)i$

2. Dado $z = 3\cos(\frac{3\pi}{4}) + 3\sin(\frac{7\pi}{4})i$. Hallar los siguientes complejos: z^{-2} , z^2 y $(1+i)z$.
3. Determinar la totalidad de las soluciones complejas de la siguiente ecuación:
 $(z+1)^4 - i(z+1)^2 = 0$.

3. Polinomios

1. Sean $p(x), q(x) \in \mathbb{C}[x]$ y $a \in \mathbb{C}$. Probar que a es raíz de $p(x)$ y de $q(x)$ si y sólo si lo es de $(p(x), q(x))$.
2. Determinar, si existen, todos los valores de $a \in \mathbb{C}$ tal que 1 sea raíz de multiplicidad dos de $x^4 - ax^3 - 3x^2 + (2+3a)x - 2a$.
3. Factorizar en $\mathbb{C}[x], \mathbb{R}[x], \mathbb{Q}[x]$: $x^4 + 1$.

1+z

$z - z = 0 = \frac{1+z}{2}$

1

$\frac{1+z}{2} = 0 = \frac{1+z}{2}$