MECÁNICA CELESTE I

Segundo parcial - Tercera fecha. 2005

1) a) Un cuerpo se mueve alrededor de solamente una de las masas principales, (en el marco del problema restringido de los tres cuerpos) ? ' Cuál es el mínimo valor de su constante de Jacobi para que su trayectoria no encierre también a la otra masa principal y el cuerpo siga orbitando la primer masa? Exprese su respuesta en función del valor de la constante de Hill de los puntos de Equilibrio para un sistema con $\mu = 0.001$.

b) Io es un satélite natural de Júpiter. Puede escapar de su órbita alrededor de Júpiter y pasar a ser un satélite del Sol?

Datos:
$\mu_{Jup} = 0.001$
$a_{Jup} = 5.2$UA
Período de la órbita planetocéntrica de Io = 1.8 días
$a_{Io} = 422,000$ km
1 UA = 1.5×10^8 km

2) A partir de la integral de Jacobi expresada de la siguiente manera:

$$\left(\frac{d\mathrm{r}}{dt}\right)^2 - 2\left(\mathrm{r} \times \frac{d\mathrm{r}}{dt}\right) = \frac{2(1-\mu)}{r_1} + \frac{2\mu}{r_2} - C$$

a) Demostrar que para órbitas cometarias elípticas, la *Integral de Jacobi* adopta *aproximadamente* la forma.

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)}cosi = C, \tag{1}$$

b) Se han observado dos objetos de apariencia cometaria en dos oportunidades distintas, separadas por un intervalo de, aproximadamente, unos 30 años. En la primera oportunidad la determinacion orbital arrojó los siguientes elementos:
a = 5,0 AU
e = 0.1
inc = 0.0 deg,
mientras que para el segundo objeto los elementos determinados fueron:
a = 5,5 AU

e = 0,05

inc = 20.8 deg,

¿Podrían ambas observaciones corresponder a un mismo cuerpo?. Explique

3) En el marco del problema restringido de los tres cuerpos demostrar que entre las masas principales existe un único punto de equilibrio.

4) Un cuerpo orbita en un órbita Kepleriana alrededor de una estrella central. Esta estrella se encuentra rodeada de un disco gaseoso por lo que la órbita del cuerpo es perturbada por una fuerza de drag de la forma:

$$T = -c\,\frac{V}{r^2}.$$

Si la variación de los elementos orbitales puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{da}{dt} = 2\,V\,a^2\,\frac{T}{\mu} \tag{2}$$

$$\frac{de}{dt} = 2\,(cos(\nu) + e)\,\frac{T}{V}. \tag{3}$$

i) Mediante el cambio de variables:

$$dt = \frac{r^2}{h} d\nu,$$

~~2,14~~

4,56 10

expresar las ecuaciones anteriores en funcion de la anomlía verdadera ν.

[redacted]) Estimar *a primer orden* en cuántos períodos orbitales se circularizará la órbita del cuerpo desde un valor de $e = e_0$.

[redacted]) Cúanto variará –también a primer orden– su eje semi mayor en ese laspo?.