MECÁNICA CELESTE I

Segundo parcial - Tercera fecha. 2004

1) En el marco del problema restringido de los tres cuerpos,con $\mu = 0.2$ un cuerpo orbita en el plano x-y y su constante de Jacobi es $C_j = 2.4$. Cuáles son las regiones de movimiento permitidas?

2) Considerar aproximadamente la *Integral de Jacobi* para el sistema Sol-Júpiter-Io.
a) Comentar sobre la aplicabilidad del marco del *problema restringido de los tres cuerpos* para este sistema y determinar la forma de la *superficie de Hill* correspondiente.
b) Puede el Satélite Io *escapar* de su órbita alrrededor de Júpiter y pasar a ser un satélite del Sol?
Datos:
$M_{Sol} = 2\ 10^{30}$ kg
$m_{Jup} = 1.9\ 10^{27}$ kg $= 0.00095\ M_{Sol}$
$m_{Io} = 8.39\ 10^{22}$ kg $= 4.195\ 10^{-8}\ M_{Sol}$
Semieje major de la órbita heliocéntrica Júpiter = 5.203 UA
eccentricidad de la órbita heliocéntrica Júpiter = 0.048
inclinación de la órbita heliocéntrica Júpiter = 1.3°
Período de la órbita planetocéntrica de Io = 1.8 días
Semieje major de la órbita planetocéntrica de Io = 422,000 km
1 UA = 1.5 10^8 km

3) En el marco del problema restringido de los tres cuerpos, estudiar la estabilidad del movimiento alrededor de los puntos de equilibrio equiláteros si las frecuencias de libración s1 y s2 están relacionadas por $s1 = 2 \times s2$ $\rightarrow$ s

4) Considere el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra bajo la influencia perturbativa del Sol. Considere a la órbita terrestre como circular ($e_T = 0$) y a la Luna en el plano de la eclíptica ($i_L = 0$). El radio vector de la Luna está dado aproximadamente por $r = a(1 - e\ cos\ M)$. Calcule a primer orden el cambio en r debido al término de la evección de la función $r = a - ae\cos M$

dr

$\lambda^4 + \lambda^2 + \frac{27}{4}\mu(1-\mu) = 0$

$dr = da(1 - e\cos M) + a[\cos M\, de + e \sin M\, \underbrace{dM}_{dr}]$

perturbadora dado por:

$$R = \frac{k^2 m' a^2}{a'^3} \frac{15}{8} e^2 cos[2(\Omega + \omega - \Psi')], \tag{1}$$

donde
m' es la masa del Sol,
$k = 0.01720209895\ UA^{3/2}/diaM_S^{1/2}$
$a = 384400km$ = semieje de la órbita lunar
$e = 0.055$ = excentricidad de la órbita lunar
$T = 27.3$ días = periodo de la órbita lunar y
$a' = 1UA$ = radio de la órbita terrestre.
$M = nt + \sigma$

Ecuaciones planetarias de Lagrange:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \tag{2}$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \sigma} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \tag{3}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{cotg(i)}{na^2\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2} sen(i)} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \tag{4}$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{-2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} \tag{5}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{cotg(i)}{na^2\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \tag{6}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} na^2 sen(i) \frac{\partial R}{\partial i} \tag{7}$$