Final AM II 1/12/14 - MalTz

1) a) Sea $f : \Re^2 \to \Re$ una función de tipo $C^{(1)}$. De un plano M se sabe que es tangente a la gráfica de f en el punto $(0,0,3)$ y que además los puntos $(1,2,-2)$ y $(-1,5,4)$ pertenecen a M. Con esta información :

a) Calcular la derivada direccional de f en $(0,0)$ en la dirección del versor paralelo a $(-2,3)$.

b) Calcular

$$\lim_{t\to 0} \frac{f(2t, sen(t)) - 3}{t}.$$

2) Se define $G : \Re^2 \to \Re^2$, $G(u,v) = (u^3 + v, 2u + 1)$.

a) Probar que G es biyectiva . Llamando H a la función inversa, calcular la matriz $DG(0,0)$ y posteriormente la matriz $DH(0,1)$ en base a la relación que hay entre ambas. Justificar esa relación.

b) Si $B = [-1,3] \times [2,4]$, calcular el área de su imagen $G(B)$.

3) Sea B el conjunto de los (x,y,z) tales que $x^2 + 9y^2 \le z \le 4$

a) Calcular la integral

$$\int\int\int_B z\,dx\,dy\,dz$$

b) Utilizar el Teorema de Gauss para plantear y resolver una integral de superficie cuyo resultado sea igual a la integral triple de la parte a).

Justificar todos los pasos.