

## Parcial de Matemáticas Especiales II

15 de Diciembre de 2014

Nombre y apellido: *JONATHAN MORENO*

Nro. de Alumno: *673410*

Cantidad de hojas utilizadas:

*Considere prudente que la resolución de los ejercicios no consista en poner una expresión tras otra, sino que estas deban ser intercaladas con el texto apropiado, como para que quien luego lo revise, pueda seguir un hilo conductor. En otras palabras, le sugerimos que describa los pasos que sigue en la resolución de los ejercicios, porque si bien errores de cuenta pueden bajar puntos, si los conceptos que haga explícitos en el texto que acompañe sus expresiones fueran correctos, es un factor que será considerado en la evaluación global del parcial.*

### 1. Ejercicio 1

Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales, especificando: orden, linealidad, tipo de coeficientes y homogeneidad. Encuentre la solución general de la ecuación diferencial (1), utilizando el método que crea más apropiado.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4 \sin(y) = 0; \text{ ecuación del péndulo}$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{3y}{(x+1)} = (x+1)^4 \quad (1)$$

### 2. Ejercicio 2

Obtenga la solución de la ecuación diferencial convirtiéndola en un sistema de ecuaciones y resolviendo por medio del método de variación de parámetros. Indique si la matriz es diagonalizable y explique por qué, especifique la matriz fundamental del sistema homogéneo.

$$2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} - 3y = e^x$$

### 3. Ejercicio 3

Clasifique los puntos en ordinarios o singulares (en este último caso, en regulares e irregulares) de las siguientes ecuaciones diferenciales. Proponga una solución para la ecuación diferencial (2) en forma de serie de potencias alrededor de 0. Explique por qué puede hacer el desarrollo alrededor de 0 en este caso y utilice su proposición para encontrar la solución particular al siguiente PVI:  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{dy}{dx} \right] + n(n+1) = 0; \text{ ecuación de Legendre}$$

$$(x^2+1) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0 \quad (2)$$

Ayuda:  $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n - 3) = \frac{(2n-3)!}{2^{n-2}(n-2)!}$

#### 4. Ejercicio 4

Encuentre el desarrollo de Fourier en senos de la función  $x^2$  en el intervalo  $[0, \pi]$ . Grafique la función a la que el desarrollo de Fourier encontrado converge, indicando los valores en las discontinuidades.

Ayuda: integre 3 veces por partes.