

1. a) Sean V y W dos K espacios vectoriales de dimensión finita y sea f una transformación lineal. Demostrar que $\dim V = \dim \text{Nu}(f) + \dim(\text{Im}(f))$. $f: V \rightarrow W$

b) Sea f una transformación lineal tal que

$$f(1, 1, -1, 1) = (2, 0, 3, 2)$$

$$f^2(1, 1, -1, 1) = (-3, 5, 4, 2)$$

$$f^{-1}(0, 0, 1, 0) = \{(1, -1, a, -a) / a \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{Nu}(f) = \{(x, y, z, t) / x = y = 0, z + t = 0\}$$

b1) Dar la expresión para la matriz de la transformación en la base canónica de \mathbb{R}^4

b2) Hallar una base para $\text{Nu}(f)$ y para $(\text{Im}(f))$ y verificar el teorema de la parte a)

2. a) Definir autovalores, autovectores y espacio propio de un operador lineal sobre V

b) Definir matriz diagonalizable

c) Usando a)

Calcule A^{100} , donde

$$A = \begin{pmatrix} 41 & -30 \\ 56 & -41 \end{pmatrix}$$

3. Definir forma cuadrática. Dar un ejemplo.