Como $P(1)$ es V y $P(k) \Rightarrow P(k+1)$, $P(n)$ es V $\forall n \geq 1$.

b) $$\sum_{i=23}^{49} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{2}{5} \sum_{i=23}^{49} \frac{5}{2} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)}$$

$$= \frac{2}{5} \left\{ \sum_{i=1}^{49} \frac{5}{2\cdot(2i-1)(2i+1)} - \sum_{i=1}^{22} \frac{5}{2\cdot(2i-1)(2i+1)} \right\}$$

inciso anterior

$$= \frac{2}{5} \left[\frac{5\cdot 49}{2\cdot(49\cdot 2+1)} - \frac{5\cdot 22}{2\cdot(22\cdot 2+1)} \right]$$

$$= \boxed{\frac{49}{99} - \frac{22}{45}}$$

2) $$\binom{5}{1}\cdot 2 + \binom{5}{2}\cdot 4 + \binom{5}{3}\cdot 8 + \binom{5}{4}\cdot 16 + \binom{5}{5}\cdot 32 = x$$

Binomio de Newton: $(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^i \cdot b^{n-i}$

$$\Rightarrow (2+1)^5 = \sum_{i=0}^{5} \binom{5}{i}\cdot 2^i \cdot \overbrace{1^{5-i}}^{1} = \binom{5}{0}\cdot 2^0 + \binom{5}{1}\cdot 2^1 + \binom{5}{2}\cdot 2^2 + \binom{5}{3}\cdot 2^3 + \binom{5}{4}\cdot 2^4 + \binom{5}{5}\cdot 2^5$$

$$\Rightarrow 3^5 = \overbrace{\binom{5}{0}}^{1}\cdot \overbrace{2^0}^{=1} + x \Rightarrow \boxed{x = 3^5 - 1}$$

3) Como hay 135 asientos y sólo 108 personas, sólo algunos asientos estarán ocupados. Las maneras de elegir cuáles son los 108 ocupados del total de 135 es $\binom{135}{108}$

Ahora, las maneras en que pueden acomodarse las 108 personas en esos 108 asientos son $108!$ $\therefore$ hay $\binom{135}{108}\cdot 108!$ formas