Algebra I (ciencias) **2do parcial 1era fecha – 7/12/2012**

Apellido y Nombre: Santiago del Palacio

Carrera: Astronomía

Nro de alumno: ——

Parcial Resuelto! (y bien)

A **I)** ***Polinomios***

B **1.** Sea K cuerpo conmutativo y sean $a \in K$, $p(x) \in K[x]$ y $q(x) \in K[x]$. Demostrar que:
a es raíz de $p(x)$ y de $q(x)$ si y sólo si a es raíz de $(p(x), q(x))$.

B **2.** Construir un polinomio $p(x) \in \mathbb{C}[x]$, mónico, de grado 4, que tenga a i como raíz doble, que al dividirlo por $x+1$, su resto sea 0 y que evaluado en 0 valga 2. Es único? ✓

B **3.** Sea $p(x) = 6x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio con coeficientes reales. Sabiendo que $z = 2i$ es raíz doble de $p(x)$, hallar las restantes raices y factorizar $p(x)$ en $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$. ✓

A **II)** ***Matrices- Determinantes - Sistemas de ecuaciones***

B **1.** Hallar $A \in \mathbb{R}^{3\times3}$ tal que $(E_1(3))^{-1}.E_1^3(4).A = I$

Recordar que $E_1(3)$ es la matriz elemental que multiplica la fila 1 de la identidad por 3 y $E_1^3(4)$ es la matriz elemental que suma a la fila 3 de la identidad la fila 1 multiplicada por 4.

B **2.** Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 3z + 4w = 5 \\ y + z - 2w = 1 \\ 2x + 2y + 8z + 4w = 12 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

B (a) Expresarlo en forma matricial

B (b) Realizando operaciones elementales determinar el rango de la matriz de coeficientes y el rango de la ampliada.

B (c) Justificar usando el teorema de Rouche Frobenuis qué tipo de solución tiene el sistema.

B (d) Dar la solución.

B **3.** Se dice que $\lambda \in K$ es un autovalor de una matriz A, si se cumple que $det((A - \lambda I)) = 0$.

Probar que si λ es autovalor de A y $\alpha \in K$, entonces $\lambda+\alpha$ es autovalor de la matriz A+ α.I, donde I es la identidad de igual orden que A.

A **III)** ***Espacios vectoriales y Estructuras algebraicas***

B **1.**Sea $(G,*)$ un grupo. Probar que dado $b \in G$, *b fijo*, los conjuntos $S_b = \{a \in G : a * b = b * a\}$ y $R_b = \{b * a * b^{-1} : a \in G\}$ son subgrupos de $(G,*)$.

B **2.** Mostrar que $\{(1,0,0), (0,2,1)\}$ es base del espacio $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y = 2z\}$ sobre $\mathbb{R}$.

B **3.** Analizar si el conjunto $T = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times2} : a + d = 0 \right\}$ es subespacio del $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{R}^{2\times2}$