

Aug 10

ÁLGEBRA (Ciencias) - año 2009

Primer Parcial - Primera Fecha

22 de Junio de 2009

Apellido y Nombre:
Carrera:
Número de alumno:

1 Lógica y conjuntos

F

1. Sean $p, q,$ y r proposiciones tales que $\neg p \rightarrow (q \vee r)$ es falsa. (Entregar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

F F F
F F F
F

$\neg p = V \rightarrow r = F$
 $q = F, r = F$

(a) $\neg r \rightarrow q$ F

(b) $p \rightarrow (\neg r \wedge \neg q)$ V

2. Dado el siguiente esquema proposicional $p(x, y)$: " x divide a y ", en el universo de los enteros

(a) Pasar a lenguaje corriente las siguientes proposiciones y dar su valor de verdad justificando lo que afirma:

$(\exists x)(\forall y)(p(x, y))$ F EXISTE UN Y CUALQUIER, PARA TODOS Y CUALQUIER
 $(\exists x)(\forall y)(p(x, y))$ F EXISTE UN Y CUALQUIER, PARA TODOS Y CUALQUIER

(b) Negar la primera proposición del inciso a simbólicamente y luego pasar la negación a lenguaje corriente.

3. Sea U el universo de X, Y y Z tales que $(X - Z) \subset (Y - Z)$ y $(X - Z^c) \subset (Y - Z^c)$. Demuestre que

2 Relaciones y funciones

(1) Determinar si la relación R definida en A es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, de equivalencia o de orden. $A = \mathbb{N}, R = \{(a, b) \in A \times A / (\exists k)(k \in \mathbb{Z} \wedge a - b = 3k)\}$.

2. Decir si es verdadero o falso y justificar¹

(a) Si una relación es de equivalencia entonces no es de orden.

(b) Dos funciones son suryectivas si y sólo si la composición es suryectiva.

3. Sea $f: A \rightarrow B$ una función. Pruebe que para todo par de conjuntos $X, Y \subset B$,

$$f^{-1}(X \cap Y) \subset f^{-1}(X) \cap f^{-1}(Y)$$

3 Naturales y Combinatoria

1. Demostrar por inducción completa

(a) $11^n - 1$ es múltiplo de 6, $\forall n, n \geq 1$.

(b) Dar algún múltiplo de 6 que no pueda escribirse como $11^n + 1$.

2. Demostrar por inducción completa que $\forall n, n \geq 1, \bigcup_{i=1}^n [0, i] = [0, n]$.

3. Decir si es verdadero o falso y justificar.

(a) La cantidad de maneras en las que se pueden sentar 8 personas en una mesa redonda es 8!

(b) El coeficiente del término de grado 14 en x en el desarrollo de $(2x^2 + \frac{1}{2}x)^8$ es 388.

¹Si la afirmación es verdadera, debe demostrarlo. Si la afirmación es falsa, demostrarlo dando un contraejemplo.

Handwritten mathematical notes and calculations, including binomial expansion terms like $(2x^2 + \frac{1}{2}x)^8$.