Álgebra – año 2010

Primer parcial – Primera fecha – Lunes 5 de Julio

Apellido y Nombre: Sampayo Puelles Helima
Carrera: Geofísica.
Nro de alumno: [redacted] 6623/9

En todos los ejercicios las respuestas deben estar debidamente justificadas.

(A) **I) Lógica – Conjuntos – Funciones**

R 1. (a) Dar interpretaciones en las que la siguiente fórmula $(\forall x)(\forall y)(p(x,y) \vee p(y,x))$ resulte:

i. verdadera

ii. falsa

B (b) Dado el siguiente enunciado : No todos los números reales, son racionales o enteros.

B i. Simbolizarlo indicando esquemas proposicionales y el universo.

B ii. Negar la simbolización y luego reescribirla en lenguaje corriente.

2. Sean A, B y C conjuntos cualesquiera en un universo U. De una prueba o un contraejemplo para cada una de las siguientes afirmaciones:

B (a) $A \cap B \neq \emptyset$ y $A \cap C \neq \emptyset$ entonces $B \cap C \neq \emptyset$

R (b) $A - B = A - (A \cap B)$

B 3. Sea f una función $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por: $f(x) = 3x + 8$. Analizar la inyectividad y suryectividad.

B 4. Sea $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \subseteq \mathbb{N}$. Sea $R \subseteq \mathcal{P}(A) \times \mathbb{N}$ la relación dada por:

$$XRn \text{ sii } n \text{ es la suma de todos los elementos del conjunto } X \in \mathcal{P}(A)$$

(a) ¿Es R la gráfica de una función de dominio $\mathcal{P}(A)$? Justifique.

(b) Sea $f : (\mathcal{P}(A) - \emptyset) \to \{n \in \mathbb{N} | 0 \leq n \leq 45\}$ la función asociada a la relación R. Analizar la inyectividad.

5. Sean $A = \{0, 1, \{a,b\}\}$ y $B = \{1, 2, \{a\}, b\}$

B (a) Determinar $A \cap B$ y $B - A$

B (b) Hallar $P(A)$

B (c) Decir si son verdaderas o falsas:

i. $\{1\} \in P(A)$

ii. $\{2\} \subset B$

iii. $\{a,b\} \subset A$

iv. $\{b\} \in B$

v. $\{\{0\},\{1\}\} \subset P(A)$

(A) **II) Números reales – números naturales – Combinatoria**

B 1. Demostrar : $\sum_{j=1}^{t} (2^j \cdot 3^{j+1}) = \frac{18}{5}(6^t - 1) \qquad \forall t, t \geq 1, t \in \mathbb{N}$

B- 2. Sea $\{a_n\}_{n \geq 1}$ la sucesión de números naturales definida recursivamente por:

$a_1 = 7, \qquad a_2 = 37 \ y \qquad a_n = 7a_{n-1} - 6.a_{n-2} \qquad \forall n, n \geq 3, n \in \mathbb{N}$

Probar que: $a_n = 6^n + 1 \qquad \forall n, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$

3. Cuántas palabras se pueden formar permutando las letras de la palabra BINOMIO, con la condición de que:

B (a) todas las vocales estén juntas.

– (b) las consonantes mantengan orden alfabético, no necesariamente juntas.

M 4. Demostrar que si n es un número par
$C(n,0) + C(n,2) + C(n,4) + ... + C(n,n) = C(n,1) + C(n,3) + C(n,5) + ... + C(n,n-1) = 2^{n-1}$

$(1+1)^{n-1}$

$(1+1)^n = \sum_{i=0}^{n} C(n,i) 1^{i} 1^{n} - \sum_{i=1}^{n} C(n, 2i+1) 1.1 = \sum_{i=0}^{n} C(n,i) \ldots - \sum_{i=0}^{n} C(n,2i)$