

Reválida **ÁLGEBRA (Ciencias)** - año 2008

1. Demostrar por inducción que  $\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$ .
2. Se tira una moneda al aire 10 veces y se registra el resultado. ¿Cuántos resultados distintos posibles hay? ¿Cuántos en los cuales haya 6 caras y 4 cecas?
3. Demostrar que no existen enteros no nulos  $m$  y  $n$  tales que  $m^2 = 180n^4$ .
4. Si el resto de dividir un número por 3 es 2 y el resto de dividir ese mismo número por 5 es 4, ¿cuál es el resto de dividir dicho número por 15?
- 5.a) Calcular cuántos divisores distintos positivos posee el número  $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ . Justificar.  
 b) ¿Cuántos de esos divisores son múltiplos de 6? Justificar.
6. Determinar si existen valores de  $n \in \mathbb{N}$  tales que  $(\frac{1}{5} + i\frac{\sqrt{3}}{5})^n$  es real positivo. Justificar.
7. Sea  $A$  un conjunto cualquiera no vacío y  $R$  una relación definida en  $A$ . Demostrar que si  $R$  es transitiva entonces  $R^{-1}$  es transitiva.
8. Sea  $\leq$  la relación usual de orden en  $\mathbb{N}$ . Definimos en  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  la relación  $\sim$  en forma:

$$(m, n) \sim (m', n') \Leftrightarrow m \leq m' \text{ y } n \leq n'.$$

- (a) Demostrar que  $\sim$  es una relación de orden.
  - (b) ¿Es  $\sim$  un orden total? Justifique.
9. Sea  $A = \{a, b, c, d, e\}$ .
- a) Hallar una función  $g$  de  $A$  en  $A$ , distinta de la identidad, tal que  $g^2 = id_A$ .
  - b) ¿Existe alguna función biyectiva de  $A$  en  $A \times A$ ? Justifique.

12. a) Factorizar en  $\mathbb{R}[x]$  y en  $\mathbb{C}[x]$  el siguiente polinomio:

$$p = (x^2 + 2x + 2)^{22} \cdot (x - (-1 - i)) \cdot (x - (-1 + i))^2$$

- b) Usar a) para factorizar en  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{R}[x]$  y en  $\mathbb{C}[x]$  el siguiente polinomio:

$$p = (x^2 + 2x + 2)^{22} (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}).$$

$$-2 \pm \frac{\sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} \quad -2 \pm \frac{\sqrt{-4}}{2}$$

$$-2 \pm 2e \begin{pmatrix} -1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}$$