Como $P(0)$ es V y $P(k) \Rightarrow P(k+1)$, $P(n)$ es V $\forall n \geq 0$.

2

2. $(4x^{-1}+x^3)^{30} = \sum_{i=0}^{30} \binom{30}{i} (4x^{-1})^i (x^3)^{30-i} = \sum_{i=0}^{30} \binom{30}{i} 4^i \cdot x^{-i} \cdot x^{90-3i}$

$= \sum_{i=0}^{30} \binom{30}{i} 4^i \cdot x^{90-4i}$

Busco $i \in \mathbb{N} / x^{90-4i} = x^{30} \Leftrightarrow 90-4i = 30$

$\Leftrightarrow 60 = 4i \Leftrightarrow i = 15$

El término es: $\boxed{\binom{30}{15} \cdot 4^{15} \cdot x^{30}}$

3. Para formar un triángulo, necesito seleccionar 3 puntos del conjunto de 57 puntos posibles, sin que me importe en qué orden lo elegí $\Rightarrow$ la cantidad de formas posibles es: $\boxed{\binom{57}{3} = \frac{57!}{3!\,54!}}$

Ej 3)

1. $a,b,c \in \mathbb{Z} / (a,b)=1 \wedge a/b\cdot c \overset{?}{\Rightarrow} a/c \rightarrow$ Lo vemos:

Como $a/b\cdot c \Rightarrow (1)\, b\cdot c = a\cdot k$, con $k \in \mathbb{Z}$

Como $(a,b)=1 \Rightarrow \exists\, m,m \in \mathbb{Z} / a\cdot m + b\cdot m = 1$ (2)

$c\cdot(2)$: $c = c\cdot a\cdot m + c\,b\cdot m$

Roemp. (1): $c = c\,a\,m + a\,k\,m = a\underbrace{(cm + km)}_{\in \mathbb{Z}}$