

Aprobado

Parcial Resuelto!
(y bien)

ÁLGEBRA (Ciencias)

Primer Parcial - Tercera Fecha - 4 de octubre de 2013

Tema 1

Apellido y Nombre: del Palacio, Santiago
Carrera: Astronomía
Número de alumno:

A 1 Lógica, conjuntos, relaciones y funciones

1. Dado el siguiente razonamiento, realizar una prueba formal para demostrar su validez: ✓

B

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ t \vee \sim q \\ \hline s \wedge p \\ \hline s \wedge t \end{array}$$

B 2. Demostrar que para todo par de conjuntos A y B se cumple que: $A - B = A - (A \cap B)$ ✓

B 3. Dado el conjunto $E = \{a, b, c\}$, se define en $P(E)$ la relación de orden: $X \sim Y \Leftrightarrow X \subseteq Y$.

- (a) Hacer el diagrama de Hasse de la relación e indicar minimales y maximales.
(b) Restringir la relación al conjunto $\{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ y dar las cotas inferiores y superiores, ínfimo y supremo si existieran.

A 2 Naturales y Combinatoria

B 1. Demostrar por inducción que para todo natural $n \geq 0$ vale que $\sum_{i=0}^n 2^{5i} = \frac{2^{5n+5} - 1}{31}$ ✓

B 2. Hallar (si existe) el término de grado 30 en el desarrollo de: $(4x^{-1} + x^3)^{30}$. ✓

B 3. Dados 57 puntos en el plano, donde ninguna terna de ellos está alineados, ¿cuántos triángulos distintos pueden formarse que tengan a los puntos como vértices? ✓

A 3 Números Enteros

B 1. Sean a, b y c números enteros, tales que $(a, b) = 1$ y $a \mid b \cdot c$, mostrar que $a \mid c$ ✓

B 2. Hallar el resto de la división de 4^{38} por 3

B 3. Sabiendo que $a \equiv 12 \pmod{5}$, hallar el resto en la división por 5 de $22a^3 + 2a^2 - 196a + 3$ ✓

A 4 Números Complejos

B 1. Representar en el plano complejo los siguientes conjuntos: $A \cap B$, $A - B$ y $B - A$ ✓
siendo $A = \{z \in \mathbb{C} / |z - i| \leq 2\}$, $B = \{z \in \mathbb{C} / |z - i| \leq 4\}$

B 2. Sea z un número complejo tal que existen n y m enteros positivos que cumplen $z^n = z^m = 1$. Demostrar que si $d = (m, n)$ entonces $z^d = 1$. Si $m < n$, puede ser z raíz primitiva de la unidad de orden n ? ✓

B 3. Sabiendo que una de las raíces cúbicas de un complejo z es $w = \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}$, hallar las restantes raíces. ✓