

Reválida **ÁLGEBRA (Ciencias)** - año 2008

1. Demostrar por inducción que $\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$.
2. Se tira una moneda al aire 10 veces y se registra el resultado. ¿Cuántos resultados distintos posibles hay? ¿Cuántos en los cuales haya 6 caras y 4 cecas?
3. Demostrar que no existen enteros no nulos m y n tales que $m^2 = 180n^4$.
4. Si el resto de dividir un número por 3 es 2 y el resto de dividir ese mismo número por 5 es 4, ¿cuál es el resto de dividir dicho número por 15?
- 5.a) Calcular cuántos divisores distintos positivos posee el número $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$. Justificar.
b) ¿Cuántos de esos divisores son múltiplos de 6? Justificar.
6. Determinar si existen valores de $n \in \mathbb{N}$ tales que $(\frac{1}{5} + i\frac{\sqrt{3}}{5})^n$ es real positivo. Justificar.
7. Sea A un conjunto cualquiera no vacío y R una relación definida en A . Demostrar que si R es transitiva entonces R^{-1} es transitiva.
8. Sea \leq la relación usual de orden en \mathbb{N} . Definimos en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ la relación \sim en forma:

$$(m, n) \sim (m', n') \Leftrightarrow m \leq m' \text{ y } n \leq n'.$$

- (a) Demostrar que \sim es una relación de orden.
 - (b) ¿Es \sim un orden total? Justifique.
9. Sea $A = \{a, b, c, d, e\}$.
- a) Hallar una función g de A en A , distinta de la identidad, tal que $g^2 = id_A$.
 - b) ¿Existe alguna función biyectiva de A en $A \times A$? Justifique.

12. a) Factorizar en $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$ el siguiente polinomio:

$$p = (x^2 + 2x + 2)^{22}.$$

- b) Usar a) para factorizar en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$ el siguiente polinomio:

$$p = (x^2 + 2x + 2)^{22}(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}).$$

13. Determinar el rango de la siguiente matriz según los valores de a . Cuando sea posible determinar la inversa.

$$\begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a-1 & 1 \\ 0 & 1 & a+2 \end{pmatrix}$$

14. Resolver utilizando la regla de Cramer:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \end{cases}$$