

ÁLGEBRA (Ciencias) – año 2010

Primer parcial – Tercera fecha – Viernes 8 de octubre

Apellido y Nombre:

Carrera:

Nro de alumno:

En todos los ejercicios las respuestas deben estar debidamente justificadas.

I) Lógica – Conjuntos – Funciones

1. Considere las proposiciones siguientes:

(a) $(\exists x)(\forall y)(p(x, y))$, siendo $U = \mathbb{R}$ y $p(x, y) : "x + y \text{ es entero}"$

i. Escriba la proposición en lenguaje corriente.

ii. Indique su valor de verdad justificando claramente lo que afirme.

(b) " Toda función derivable es continua "

i. Simbolizarla, indicando el universo y los esquemas proposicionales.

ii. Negar la simbolización anterior.

2. Sean A y B conjuntos cualesquiera, demostrar que : $(A \cap B) \cup (A - B) = A$

3. Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ dada por $f(x) = x/2$ Analizar la suryectividad e inyectividad de f .

4. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ funciones. Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar con una demostración o un contraejemplo según corresponda:

(a) Si $g \circ f$ es inyectiva, entonces f y g son inyectivas.

(b) Si f y g son suryectivas , entonces $g \circ f$ es suryectiva.

5. Sean $A = \{1, \{a\}\}$ y $B = \{1, a, \{1\}\}$ y el universo $U = A \cup B$. Hallar:

(a) $A \cup B$ (b) $P(P(A))$

II) Números reales – números naturales – Combinatoria

1. Demostrar por inducción: $\sum_{j=1}^t (6 \cdot j) = 3t + 3t^2 \quad \forall t, t \geq 1, t \in \mathbb{N}$

2. En el desarrollo de $(u^3 + 3n)^{16}$, existe algún término en el que u y n aparezcan elevados a la misma potencia?. Hallarlo en caso que exista o justificar porqué no existe.

3. En un grupo de 20 personas, 12 son estudiantes de literatura entre los que se encuentra Nicolás, y 8 son estudiantes de Matemática , entre los que se encuentra Laura.

(a) De cuántas maneras puede elegirse un grupo de 5 estudiantes con al menos dos estudiantes de cada carrera si Nicolás debe estar en el grupo?

(b) ¿De cuántas maneras puede elegirse un grupo de 10 estudiantes si Nicolás o Laura deben estar en el grupo pero no los dos juntos?

4. Probar que $1 + 2C(n, 1) + 2^2C(n, 2) + 2^3C(n, 3) + \dots + 2^nC(n, n) = 3^n$ siendo n un número natural.

5. Probar por inducción, que:

$$5k + 4 < 5k! \quad \forall k, k \geq 3, k \in \mathbb{N}$$