FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II 24/4/09 PROFESORA: MARÍA TERESA MARTIN

1) Sea

$$f(x,y)= \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^4} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) Calcular las derivadas direccionales de f en el punto (0,0), en todas las direcciones
b) ¿Es f contínua en (0,0)? Justificar
c) ¿Es f diferenciable en (0,0)? Justificar
d) Enuncie una condición suficiente para que una función sea contínua

2)

a) Sea r(t)=(x(t),y(t)) una curva en $\mathbb{R}^2$ derivable, con $0\leq t\leq 1$ y f(x,y): $\mathbb{R}^2\Rightarrow\mathbb{R}$ de clase C_1 que cumple $f_x x'+f_y y'\leq 0$. Demostrar que $f(x(1),y(1))\leq f(x(0),y(0))$
b) Sea $w(x,y)=x^2+xy$ hallar la dirección de máximo crecimiento de w a partir del punto (-1,1). Justificar. ¿Cual es el valor del $|\nabla w(-1,1)|$?

3)

a) Sea $P\in S\subset\mathbb{R}^2$ conS definida por g(x,y,z)=1 y g es de clase C_1. Si P es el punto que maximiza la distancia al origen, demostrar que el vector que une el origen con el punto P es perpendicular a la superficie S.
b) Caracterizar los extremos relativos del campo escalar C_1 f(x), con $x\in\mathbb{R}^n$

4)

a) Justificar que para el campo vecotrial F(x,y,z) = (y, z.cos(yz) + x, y.cos(yz)) existe una función escalar f: $\mathbb{R}^3\Rightarrow\mathbb{R}$ tal que $\nabla f=F$ y encontrarla.
b) Demuestre otra afirmción que implique que el campo vectorial F es un campo gradiente
c) Sea Q un solido cuyo volumen es 8 cuya frontera es S una superficie cerrada suave y orietada hacia el interior y F(x,y,z) = (-3x, y/2, z). Obtener el flujo de F a traves de S.