Análisis II. Final Prof. Maltz

1. Consideramos la superficie S parametrizada por

$$\phi(u,v) = (u+1, ucos(v), usin(v))$$

para $u \geq 0$, $0 \leq v \leq 2\pi$

a) Indicar los (u,v) para los que la parametrización es regular y obtener una expresión para $N(u,v)$, vector unitario a S en $\phi(u,v)$. Además calcular el área del trozo de S que corresponde a $1 \leq u \leq 2$.

b) Hallar una ecuación implícita de S y en base a ella un vector normal a S en cada punto regular. Comprobar el paralelismo, para cada punto, entre este vector y el obtenido en a).

2. Plantear y resolver con multiplicadores de Lagrange:

Se desea construir un triángulo rectángulo cortando un alambre de $1m$ de longitud en tres trozos que serán los lados.

¿Cuál debe ser la medida de los trozos para que la superficie del triángulo sea lo mayor posible?

3. Consideramos $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $F(x,y) = (x+y, x-y)$.

a) Supongamos que una curva simple cerrada regular parametrizada por $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ tiene longitud 7.

Probar que $\beta = F \circ \alpha$ parametriza una nueva curva simple cerrada y regular. Hallar la longitud de la nueva curva.

b) Supongamos que la primera curva es el borde de una región A del plano cuya área es 4. Dando por cierto que la región encerrada por la segunda curva es $B = \{F(x,y)/(x,y) \in A\}$, calcular el área de B.