Análisis II. Final Prof. Maltz

11/11/05

1. De una función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ se sabe que para todo (x, y), $0 \leq f(x, y) \leq \mid xy \mid$, probar que f es diferenciable en $(0, 0)$.

2. Una curva del espacio se define implícitamente así:

$$\begin{cases} z - x^2 - y^2 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

   a) Hallar un vector tangente a la curva en $(1, 1, 2)$ por medio de derivación implícita.

   b) Obtener el resultado anterior parametrizando la curva.

3. a) Se tiene como dato una función $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable. Sea $G = \{(x, y) : g(x, y) = 0\}$. Supongamos que $\vec{\nabla} g(x, y) \neq 0$ para todo $(x, y) \in G$. ¿Cómo plantearía el problema de hallar dos puntos de G cuya distancia sea máxima? Verificar que el método propuesto está en las condiciones que la teoría requiere.

   b) Aplicar a $g(x, y) = x^2 + 2y^2 - 1$. No resolver las ecuaciones resultantes. En lugar de ésto, proponer una solución por observación geométrica y comprobar que las cumple.

4. Probar la convergencia de:

$$\int_1^\infty \int_1^\infty \frac{dxdy}{(x + y)(x^2 + y^2)}$$

   y hallar una cota superior del resultado.