Análisis II. Final

1. a) Derivada direccional de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, en un punto $x_0 \in \mathbb{R}^n$, definir.

   b) Justificar la expresión de a) usando el gradiente de f, bajo hipótesis apropiadas. Explicar interpretación de la dirección del $\nabla f(x_0)$, si no es cero, y su longitud.

   c) JUSTIFICAR que si f es diferenciable en D, abierto y conexo, y el $grad(f) = 0$ en D, entonces $f = cte$ en D.

2. a) Definir la integral de flujo de un campo vectorial $F(x, y, z)$ a través de una superficie S. Si S es parametrizada, explicar el cálculo correspondiente, bajo hipótesis apropiadas.

   b) Establecer el resultado del Teorema de Gauss bajo las hipótesis correspondientes. Analizar el significado de la $divF(x_0)$.

   c) Dado un $F(x, y, z)$ con derivadas continuas en D abierto, justificar que si la $div(F) > 0$ en un punto (x_0, y_0, z_0) de D, entonces sobre una esfera suficientemente pequeña el flujo de $\vec{F}$ hacia el exterior es positivo.

3. Fórmula de Taylor. Obtención de la fórmula de segundo grado y orden del error si $f(x) \in \mathbb{R}^2$, tiene segundas derivadas continuas en un abierto que contiene a x_0.

   b) Uso de la fórmula anterior para analizar puntos estacionarios de una función f, y obtención de conclusiones.