Análisis Matemático II – Primer Parcial - Primera Fecha- 23/05/06

1. (a) Dada la función $f(x,y)=\dfrac{x^3}{x^2+y^2}\cdot arctg(\dfrac{1}{x^2+y^2})$, definirla en (0,0) para que sea continua.

(b) Calcular $D_u f(0,0)$, donde u es la dirección (unitaria) que forma con el semieje positivo de las x un ángulo de $\pi/4$.

(c) A partir del inciso anterior, analizar la diferenciabilidad de f en (0,0).

2. (a) Sea $f(x,y)=ax^2y+by^2x$. Hallar a y b para que en el punto P(1,1), la derivada direccional máxima de f se produzca en la dirección del vector (1,3) y sea igual a 10.

(b) Sea $z=f(x,y)$, $f\in C^1$. Lamemos $w=w(u,v)=f(u-v^2,v-u^2)$ donde $x=u-v^2, y=v-u^2$. Hallar la expresión para $\dfrac{\partial w}{\partial u}+2u\dfrac{\partial w}{\partial v}$ y verificar que es igual a cero cuando 4uv=1

3. (a) Dadas las relaciones $\begin{cases} u=x(y+\ln y)+1 \\ v=ye^{y-x} \end{cases}$, ¿para qué puntos de la forma $(x_0,1)$, $x_0\in\Re$, puede definirse (x,y) como funciones de (u,v)?

(b) Dado el punto $(x_0,y_0)=(0,1)$, calcular el plano tangente a la superficie $x=x(u,v)$ en el punto $(x_0,y_0)=(1,e)$

4. Dada $f(x,y)=x^3+y^3+3xy$, hallar y clasificar los punto crítico. Existe el máximo absoluto?

Análisis Matemático II – Primer Parcial - Segunda Fecha- 15/06/06

1. Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} (x-1)^2 sen(\dfrac{1}{y-x}) & y\neq x \\ 0 & y=x \end{cases}$, analizar la continuidad y la diferenciabilidad de la función en los puntos de la forma (x_0,x_0). (Los límites dobles deben demostrarse por definición)

2. (a) Sea $g(t)$ una función diferenciable, y sea $f(x,y)=g(\|(x,y)\|)$. Comprobar que:

$$\|\nabla f(x,y)\|=|g'(\|(x,y)\|)|$$

(b) Sea $h(x,y)$ de clase C^2. Si $P_2(x,y)=2+2(x+2)+3(y-1)+1/2(x+2)^2-3(x+2)(y-1)$ es el polinomio de Taylor de grado 2 de h centrado en (-2,1),

i. Es (-2,1) un punto crítico de *h*?

ii. Escribir la ecuación del plano tangente de *h* en el punto (-2,1)

3. Dadas las relaciones $xy+(z+1)^2=3$, $e^{x+y+z}-e^3=0$,

(a) Verificar que para el punto (1,2,0) existe un entorno de $x_0=1$ tal que $y=y(x)$ y $z=z(x)$ en el punto $x_0=1$.

(b) Hallar (por medio del Teorema de Funciones Implícitas) un vector tangente a la curva inersección de ambas superficies en el punto (1,2,0)

4. Buscar y clasificar los extremos (justificar la existencia de los mismos) de $f(x,y)=xy+z^2$ en:

(a) $x^2+y^2+z^2<9$

(b) $x^2+y^2+z^2=9$

(c) $x^2+y^2+z^2\leq 9$