Análisis Matemático II – Primer Parcial - Primer Fecha- 26/05/05

1. Dada $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{sen(x^2+y^2)} & (x,y)\neq 0\\ 0 & (x,y)=0\end{cases}$, hallar (si existen) las derivadas direccionales de *f* en (0,0) en cualquier dirección unitaria **u**. ¿Es *f* diferenciable en (0,0)? ¿Es *f* continua en (0,0)?

2. (a) Sean $F:\Re\to\Re$ de clase C^1 y $f:\Re^2\to\Re$ de clase C^1 ysupongamos dada *g(x,y)=F(f(u,v))*, donde *u=3x-y; v=x*. Calcular la dirección de máximo crecimiento de *g* a partir de un (x_0,y_0) dado.

(b) Supongamos ahora que $f(0,1)=3$, $\nabla f(0,1)=(2,4)$. Cuanto debe valer $F'(3)$ para que $D_u g(1,3)=\sqrt{8}$, si $u=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1,1)$

3. Dadas las relaciones $\begin{cases}F_1(x,y,u,v)=sen(u)-\ell^y\cos(u)+v+1=0\\ F_2(x,y,u,v)=xch(v)-ush(y)-v^2=1\end{cases}$

(a) Calcular la matriz jacobiana $\dfrac{\partial(F_1,F_2)}{\partial(x,y,u,v)}$ en el punto $P_1=(1,0,0,0)$. Demostrar que existe una entorno de $P_0=(0,0)$ de modo que *x* e *y* sean funciones de *u* y *v*. Analizar si P_0 es punto crítico de *x=x(u,v)* y calcular el plano tangente de *y=y(u,v)* correspondiente a P_0

(b) Verificar que para definir dos variables cualesquiera implícitamente como funcion de las otras dos, en las cercanías de P_1, una de las variables dependientes debe ser necesariamente *x*.

4. (a) Sea $f(x,y)=x^2y-x^2-2y^2+3$. Demostrar que (0,0) es máximo relativo pero no absoluto de *f*.

(b) ¿Existen otros extremos relativos de *f*? Justificar

Análisis Matemático II – Primer Parcial - Segunda Fecha- 13/06/05

1. Dada la función $f(x,y)=\begin{cases}x^2y\,sen(\frac{1}{y}) & y\neq 0\\ 0 & y=0\end{cases}$, analizar la continuidad y diferenciabilidad en su dominio.

2. (a) Sea $(u,v)=F(x,y)=(-3x+y^3,-3y+x^3)$ .Determinar para que puntos (x_0,y_0) puede definirse una inversa local.

(b) Para $(x_0,y_0)=(1,0)$, encontrar la recta normal a la superficie x=x(u,v) en el punto (-3,1,1).

3. (a) Dados u=(1,2,1) y v=(0,3,2) dos vectores paralelos al plano tangente de cierta función *z=f(x,y)* diferenciable en el punto $P_0=(x_0,y_0)$. Calcular la dirección de máximo decrecimiento de *f* a partir de P_0 .

(b) Supongamos ahora que se recorre una curva γ dada por *x=x(t), y=y(t)* de modo que $P_0 = (x(t_0), y(t_0))$. Hallar la derivada de f en la dirección de γ al pasar por el punto P_0 (es decir en la dirección del vector tangente a la curva). Aplicarlo al caso en que γ es el círculo $x^2 + y^2 = 2$, $P_0 = (1,1)$

4. (a) Hallar y clasificar los extremos relativos de $f(x,y) = 4y^2 + 9x^2 - x^2y^2$, en $x^2 + y^2 < 4$

(b) Hallar si existe el máximo y mínimo absoluto de f en $x^2 + y^2 \le 4$

Análisis Matemático II – Primer Parcial - Tercera Fecha- 04/07/05

1. (a) Dada la función $f(x,y) = \dfrac{3x^2y - 2x^3}{x^2 + y^4}$, definirla en (0,0) para que resulte continua y analizar la diferenciabilidad en todo su dominio.

(b) Encontrar una dirección para la cual $D_u f(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot u$. Contradice esto algún resultado conocido?

2. (a) Demostrar que a partir del punto (-2,1,1/2), de la ecuación $y^3 y + yx + 2z = 0$ puede definirse implícitamente a *y* como $y = y(x,z)$. Es $x + y + 2(z-1) = -1$ el plano tangente a la superficie $y = y(x,z)$ correspondiente a ese punto?

(b) Hallar la dirección u unitaria para la cual $D_u y(-2,1/2) = 0$

3. (a) Sea $f(u,v,w) = u^2 + w \cdot sen(v)$. Supongamos que $(u,v,w) = F(x,y,z)$, con F de clase C^1 y definimos $h(x,y,z) = f(F(x,y,z))$. Si $F(1,0,1) = (1/2, \pi/4, 0)$ y se sabe que $DF(1,0,1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcular el polinomio de Taylor de grado uno de *h* en (1,0,1).

(b) Puede definirse en un entorno de (1,0,1) una inversa de *F*?

4. Hallar los puntos de la región $z^2 + xy \ge 16$ que están más cercanos al origen. Justificar la respuesta. (ayuda: recordar que $x^2 + y^2 - 2xy \ge 0$)