Mecánica Cuántica II

Prof. Fidel Schaposnik
JTP Aníbal Iucci

Parcial - Tercera fecha

Año 2014

1. Obtenga la solución a la ecuación de Dirac para una partícula libre con impulso $(0, p_y, 0)$ mediante la aplicación de un boost a la solución en el sistema donde la partícula está en reposo. Utilice la representación quiral de las matrices γ. Ayuda: $S = e^{-\frac{i}{2}\Omega_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}}$, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. Más ayuda:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_0 \\ -\sigma_0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Considere una partícula de spin 1/2 en un campo magnético, de forma que

$$H = \Omega S_z + \gamma(S_+ e^{-i\omega t} + S_- e^{i\omega t})$$

Encuentre, hasta orden γ^2 en teoría de perturbaciones el valor de expectación de S_z a tiempo t, si a $t = 0$ $\langle S_z \rangle = -\frac{\hbar}{2}$. Ayuda: sólo necesita desarrollar los coeficientes $c_\pm(t)$ hasta orden γ. Utilice la normalización de estos coeficientes.

3. Resuelva la ecuación de Lippmann-Schwinger unidimensional,

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikx} - \frac{2m}{4\pi\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' G(x, x') V(x') \psi(x')$$

para un potencial $V(x) = -\frac{\gamma\hbar^2}{2m}\delta(x)$, $\gamma > 0$. Obtenga los coeficientes de reflexión y transmisión considerando una onda incidente de la forma $\langle x|\phi\rangle = e^{ikx}/\sqrt{2\pi}$. Ayuda: la función de Green es

$$G_\pm(x, x') = \frac{e^{\pm ik|x-x'|}}{2ik}.$$

4. Considere el siguiente Hamiltoniano de ligadura fuerte con saltos a segundos vecinos:

$$H = -t \sum_{j=0}^{L-1} c_j^\dagger c_{j+1} + \text{h.c.}$$

donde c_j y $c_j^\dagger$ son operadores de aniquilación y creación de fermiones en los sitios j. Suponemos condiciones de contorno periódicas ($c_L = c_0$). Obtenga su forma diagonal y construya todos los autoestados del sistema y sus energías. ¿Cuál es el estado fundamental con N fermiones?