Mecánica Cuántica II

Prof. Fidel Schaposnik
JTP Aníbal Iucci

Parcial - Primera fecha

Año 2014

1. Calcule el coeficiente de reflexión para una partícula de masa nula y helicidad definida que se mueve en la dirección del eje z y se encuentra con un escalón de potencial de altura $V > 0$ en $z = 0$. Considere el caso en el que la energía es menor a la altura del escalón. Trabaje en la representación de Dirac. Explique los resultados obtenidos. Ayuda:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & -\sigma_0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \qquad \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Considere dos partículas idénticas de spin 1/2 en un potencial armónico unidimensional. a) Obtenga las energías y las autofunciones de los primeros estados estacionarios (fundamental y primer excitado). b Calcule las correcciones perturbativas a las energías de esos estados si las partículas interactúan mediante un potencial de la forma $V(x_1, x_2) = \lambda\delta(x_1 - x_2)\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2$, donde $\boldsymbol{S}_1$ y $\boldsymbol{S}_2$ son los espines de ambas partículas. Ayuda: las autofunciones más bajas del oscilador armónico son

$$\psi_0(x) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{a}} e^{-x^2/2a^2} \qquad \psi_1(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{1/4}\sqrt{a}} e^{-x^2/2a^2}\,\frac{x}{a}, \qquad a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

3. Estudie la dispersión para el potencial $V(r) = (\hbar/2m)\gamma\delta(r - R)$ con $l = 0$ (ondas s). Encuentre el corrimiento de fase y la sección eficaz total δ_0 y σ_0 en forma exacta. Estudie el límite $R\gamma \gg 1$ de σ_0

4. Considere el siguiente Hamiltoniano de ligadura fuerte con saltos a segundos vecinos:

$$H = -t_1 \sum_{j=0}^{L-1} c_j^\dagger c_{j+1} - t_2 \sum_{j=0}^{L-1} c_j^\dagger c_{j+2} + \text{h.c.}$$

donde c_j y $c_j^\dagger$ son operadores de aniquilación y creación de fermiones en los sitios j. Suponemos condiciones de contorno periódicas ($c_L = c_0$). Obtenga su forma diagonal y construya el estado fundamental con N fermiones.

107