Algebra I (ciencias) TEMA 1 2do parcial 3ra fecha 17/2/2014

Apellido y Nombre:

Carrera: N° de alumno:

I) Polinomios:

1. Sabiendo que el polinomio $p(x) = x^3 - 5x^2 - 8x + 48$ tiene una raíz múltiple, determinar todas sus raíces.

2. Sea K cuerpo conmutativo y sean $a \in K$, $p(x)$ y $q(x) \in K[x]$. Demostrar que:
Si a es raiz de $(p(x), q(x))$ entonces a es raíz de $p(x)$ y de $q(x)$.

3. Hallar el polinomio de coeficientes complejos, grado mínimo, que tenga a i como raiz triple, a 4 como raiz simple y que al dividirlo por $x-2$ su resto sea 3. Factorizar el polinomio hallado en irreducibles de $R[x]$ y de $C[x]$.

II)Matrices, sistema de ecuaciones y determinantes:

1. Agregar una ecuación al sistema $\begin{cases} 2x - \quad y = 5 \\ x + \quad y - 3z = 0 \end{cases}$ para que:
   a) Tenga solución única. b) No tenga solución. c) Tenga infinitas soluciones. Justifique en todos los casos.

2. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. a) Analizar el rango de A para los distintos valores de a. b)¿Para qué valores de a, la matriz A es invertible? Justifique su respuesta.

3. Sea $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. a) Hallar la B^{-1}. b) Determinar una matriz $C \in R^{3x3}$, $tal\ que$
   $B.C.B - 3.I = 0$. (I es la matriz identidad de orden 3 y 0 es la matriz nula de orden 3)

III) Espacios vectoriales y Estructuras algebraicas:

1. Sea $V = R^{2x2}$ considerado como R-espacio vectorial
Probar que $S = \{A \in R^{2x2}: A = A^t\}$, con las operaciones restringidas, es un subespacio vectorial de V.

2. Sea $S = \{m \in Z: m\ es\ múltiplo\ de\ 3\}$. $a) Probar\ que\ S\ es\ un\ subgrupo\ de\ (Z, +)$. $b)$¿ Es S *un subanillo de*$(Z, +, .)$.

3. Sea $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4 : x_1 = x_2 \ \ y\ x_3 + x_4 = 0\}$ subespacio vectorial del R-espacio vectorial R^4.
Hallar una base y dimensión de S.