Matespi I — Primer parcial, 2da fecha 2013

1) a) $S = \{ w : \operatorname{ch} w = 0 \}$ Es S acotado?

b) $A = \{ z : w = \frac{\pi}{z}, w \in S \}$. Cuáles son los puntos de acumulación de A, si los tiene?

c) Es A cerrado?

d) $B = A \cup \{ |z| \leq 1 \}$. Cuál es la frontera de B?

2) a) Siendo $z = x + iy$, $f(z) = \begin{cases} (x+iy)^2 y + xyi & \text{si } y \leq 1 \\ (x+iy)^2 y + 2xy & \text{si } y > 1 \end{cases}$

Determinar dónde existe $f'(z)$ y encontrar su expresión. Es $f(z)$ holomorfa en algún punto? Sugerencia: analizar primero la continuidad

b) Encontrar el dom. de definición y derivabilidad de

$$f(z) = \frac{\ln(iz + 4)}{iz^2 + z - i} \quad \text{y} \quad g(z) = \frac{1}{f(z)}$$

3) a) Encontrar la imagen de las rectas $r_b : y = x + b$ por medio de la transformación $w(z) = \frac{i}{z}$. Indicar el sentido del recorrido de la curva imagen. Diferenciar el caso $b = 0$ de $b \neq 0$.

i) Calcular el ángulo que se forma entre la recta r_b y el eje imaginario. Llamemos P al punto de intersección. Para el caso $b \neq 0$, sin hacer cuentas qué ángulo forman las curvas imágenes en $f(P)$? Justificar.

ii) Ocurre lo mismo con r_0?

b) Encontrar la imagen del rectángulo $0 < a \leq x \leq b$, $\frac{3\pi}{2} \leq y \leq 2\pi$ mediante la transformación $w(z) = 1 - \operatorname{sh}(z)$. Indicar las partes correspondientes a las fronteras.