

PARCIAL ESPECIALES 29-05-14

① Considerar las siguientes regiones del plano complejo:

A definida por $|z-1| < |z+1|$

B definida por $|z+2| > 1+|z-2|$

(a) ¿Se trata de regiones acotadas?

(b) Los puntos $z_1 = (0,0)$ y $z_3 = (1,0)$ ¿son de acumulación de A? ¿y de B?

(c) Sea $f(z)$ una función analítica en cierta región del plano complejo. Sea C cualquier curva simple y cerrada definida en esa región y además no se tiene conocimiento de que exista una primitiva de $f(z)$ en la región que contiene a C. ¿Son A y B posibles dominios de $f(z)$ donde se cumpla $\int_C f(z) dz = 0$?

② Hallar el dom de def, derivabilidad y analiticidad:

(a) $f(z) = \frac{z^3+1}{z-\operatorname{sen} z}$

(b) $g(z) = (x^2-4)^3 + \frac{3x}{(1-y)^4} + i \frac{1}{(1-y)^3}$

③ Hallar y graficar la imagen del conjunto $\{z = r e^{i\theta}, r \geq 2, -\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{4}\}$ por las funciones $f(z) = 2z^2$ y $g(z) = \operatorname{Ln}(2z^2)$

(b) Calcular $\int_C z dz$ siendo $C = \{z = x+iy, y = \cos x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$

④ Calcular la integral $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz$ si:

(a) el punto 0 e dentro del contorno de C y $1 \notin$

(b) " " " " " " y $0 \notin$

(c) ambos e cont. de C
(1,0)