

### Final 1 (10/5/13)

- 1 Cuántas rectas tangentes a la grafica de la función  $f(x) = x^3 + x$  pasan por el punto  $(0, 1)$ ? Justificar los cálculos.
- 2 Calcular el siguiente límite. Justificar.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4x}{\sin(x) - x} \quad (1)$$

- 3 Calcular, si existe, el área entre las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$  y  $g(x) = 1$ .
- 4 Sin resolver, dar el valor de

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2h} \int_0^h x^2 \ln(x) dx \quad (2)$$

- 5 Calcular exactamente  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)3^n}{n}$ .

### Final 2 (2/9/13)

- 1 Demostrar que la suma de las medidas de los segmentos que intercepta sobre los ejes coordenados la tangente en los puntos de la gráfica de la función  $x^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}$  es constante e igual a  $a$ .
- 2 Sea  $f$  una función derivable infinitamente. Sean  $c_1 < c_2 < \dots < c_r$  números tales que  $f(c_i) = 0$ . Demostrar que  $f'$  tiene al menos  $r - 1$  ceros.
- 3 Hallar una función continua que satisfaga

$$\int_0^x f(t) dt = (f(x))^2 + C \quad (3)$$

- 4 Sea  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$  Demostrar

$$f''(x) = f(x) \quad (4)$$

- 5 Estudiar la convergencia de  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n))^{\ln(n)}}$ . Justificar.

### Final 3 (5/7/13)

- 1 Sea  $F$  dada por  $F(x^2 + 2x) = \sin(3\pi x)$ . Calcular  $F'(0)$ ,  $F''(0)$ .
- 2 Dem que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ .
- 3 Encontrar el polinomio de Taylor alrededor de  $x = 0$  de grado 2 para

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Que puede decir en gral del polinomio de grado n y del error que se comete?

4 Estudiar la convergencia absoluta y condicional de  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^{1/3}} dx$ .

5 Calcular la función suma

$$1 + \frac{2}{3}(x-2) + 3\frac{(x-2)^2}{3^2} + \dots + (n+1)\frac{(x-2)^n}{3^n} \quad (6)$$

Justificar.

### Final 4 (30/11/12)

1 Supongamos que  $f$  y  $g$  son dos funciones continuas en  $[a, b]$  y que  $f(a) < g(a)$  pero  $f(b) > g(b)$ . Demostrar que  $f(x) = g(x)$  para algún  $x \in [a, b]$ .

2 Hallar la derivada de  $F(x) = \sum_0^x xf(t)dt$ . Bajo q condiciones existe?

3 ¿Existe  $c \in R$  tal que el área comprendida entre  $f(x) = (x-c)^{1/2}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x-c}$  y el eje x sea máxima? just.

4 Estudiar la convergencia de

$$1 - 1/2 + 2/3 - 1/3 + 2/4 - 1/4 + 2/5 - 1/5 + \dots \quad (7)$$

4 Dada la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \frac{nx^{n-1}}{3^n} \quad (8)$$

a Encontrar el dominio de convergencia.

b Hallar la función suma.