

Física del Interior Terrestre – Primer parcial (06/12/13)

1. a) En el Trabajo Práctica N°1 al estudiar el problema de los dos cuerpos se demostró que hay 4 órbitas posibles ¿Cuáles son y qué parámetro físico las determina? Considerar un asteroide de masa m acercándose a la Tierra desde el infinito con velocidad v y de acuerdo a lo anterior determinar qué tipo de órbita describirá (justificar). La masa del asteroide es varios órdenes de magnitud menor que la masa terrestre (Ptos. = 1).

b) Calcular cómo fue afectada la longitud del día en la Tierra por el proceso de diferenciación durante el cual se formaron el núcleo y el manto terrestre. Suponer que la Tierra pasa de ser una esfera homogénea de radio R_T y densidad ρ a poseer una estructura de 2 capas concéntricas esféricas de diferentes densidades. La capa interior la constituye el núcleo con densidad ρ_N y radio R_N , y la capa exterior la constituye el manto con densidad ρ_M . Asumir que se conserva el momento angular de la Tierra y que el vector de rotación angular es $\omega = (0, 0, \omega)$. Recordar que el momento de inercia de un cascarón esférico de espesor dr está dado por

$$dl = \frac{2}{3} r^2 dm \quad (1)$$

Tomar $\rho = 5.55 \text{ gr/cm}^3$, $\rho_N = 11 \text{ gr/cm}^3$, $\rho_M = 4.44 \text{ gr/cm}^3$, $R_N = 3490 \text{ km}$, $R_T = 6370 \text{ km}$. (Ptos.=1.5).

2. a) En el Trabajo Práctica N°2 propusimos un modelo muy sencillo para representar la evolución en el tiempo de la temperatura y el radio de un planeta terrestre formado por acreción. La siguiente ecuación establece el balance de energía que nos permitió obtener las ecuaciones diferenciales para $R(t)$ y $T(t)$:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{EC}^{in} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{ET}^{in} - \left(\frac{dE}{dt}\right)^{out} = \frac{dE_T}{dt} \quad (2)$$

Explicar el significado físico de cada uno de los términos de la ecuación (2). Realizar un esquema del comportamiento de la temperatura del planeta en función del tiempo y del radio del planeta en función del tiempo. Indicar qué términos de la ecuación (2) tienen mayor importancia en las distintas partes del perfil de temperatura graficado. Desde el punto de vista térmico ¿qué tipo de planeta se obtiene a partir de este modelo? (Ptos.=1)

b) La flexión litosférica debido a la acción de cargas verticales puede determinarse mediante la ecuación:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) \quad D = \frac{EM^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

Donde w es la deflexión vertical, $q(x)$ es la fuerza por unidad de área aplicada sobre la placa y D el coeficiente de rigidez flexural. Además, E es el módulo de Young, H es el espesor de la placa y ν es el módulo de Poisson. Si la carga vertical es debido a una cadena de montañas y valles cuya altura está dada por

$$h(x) = h_0 \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad (4)$$

Se puede suponer que la deflexión litosférica será también periódica y con el mismo período que la carga. Encontrar una expresión para la máxima deflexión y determinar su valor si $\lambda=500\text{km}$. y $h_0=2\text{km}$. ($E=100\text{GPa}$, $\nu=0.25$, $\rho_m=3.27\text{gr/cm}^3$, $\rho_c=2.67\text{gr/cm}^3$, $g=10\text{m/s}^2$ y $H=50\text{km}$.) ¿Se encuentra la litósfera en equilibrio hidrostático? Justificar (Ptos.=1.5).

3. a) A partir del teorema del punto fijo de Euler determinar la velocidad relativa instantánea de un punto ubicado en un borde de placas con coordenadas 90°E y 15°N . El polo positivo del vector velocidad angular de rotación se ubica en 135°E y 60°N y tiene magnitud igual a $1.35 \times 10^{-8} \text{año}^{-1}$ ¿Puede usarse este mismo polo para determinar el movimiento del punto un tiempo después? Justificar (Ptos=1.5).
 - b) Explicar cuáles son las causas y efectos de la fricción de mareas sobre el sistema Tierra-Luna. De acuerdo a esto ¿qué sucederá finalmente con la velocidad de rotación de la Tierra? (Ptos.=1).

4. A partir de la ecuación de calor 1D para un medio homogéneo e isótropo en estado estacionario, determinar el perfil de temperatura para una corteza de espesor H y con una fuente de calor radiogénico constante a . Estimar el valor de la temperatura en la base de la corteza considerando que la temperatura en la superficie es igual a 300K y el valor absoluto del flujo de calor en la superficie es igual a 40mW/m^2 . La fuente de calor se debe a la presencia de ^{238}U en la corteza, que se encuentra distribuido en forma uniforme y la masa total de ^{238}U en la corteza es $1.87 \times 10^{17}\text{kg}$. La conductividad térmica de la corteza para este caso es $k=2\text{W}/(\text{m K})$, el espesor cortical es $H=35\text{km}$ y su volumen es $17.75 \times 10^9\text{km}^3$. Para el ^{238}U tomar que la masa de un átomo es igual a 238 Dalton, su constante de decaimiento es $\lambda=1.55 \times 10^{-10}\text{año}^{-1}$ y la energía liberada en cada decaimiento es $E=47.7\text{MeV}$ ($1\text{Dalton}=1.6606 \times 10^{-24}\text{gr}$, $1\text{eV}=1.6 \times 10^{-19}\text{J}$) (Ptos.=1.5).
 - b) Explicar la evolución térmica del planeta Tierra, comenzando con su formación, de acuerdo a los diferentes procesos físicos que fueron vistos en los distintos trabajos prácticos ¿Para y por qué se utilizó la Teoría de capa límite? (Ptos=1).